

التحليل

مراجعة التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى :

لتحليل المقدار : $5س^١ - ١٥س$

نوجد العامل المشترك الأعلى " ع . م . م " بين معاملات الحدود وهو : ٥ ،
العامل المشترك الأعلى " ع . م . م " بين الرمز و نأخذه بأصغر أس لكل رمز وهو : س
فيكون : " ع . م . م " للمقدار هو : ٥ س
ثم نضع " ع . م . م " خارج قوسين ثم نقسم كل حد من حدود المقدار على " ع . م . م "
و نكتب ناتج القسمة بين قوسين
∴ $5س^١ - ١٥س = ٥س(س - ٣)$

تدريب :

حلل المقادير الآتية بإخراج ع . م . م :

$$(١) \quad ٨س^١ + ٤س$$

$$(٢) \quad ١٤س^١ - ٧س^٣$$

$$(٣) \quad ١٢س^١ص + ٨س^١ص$$

$$(٤) \quad ٣٠س^٢ - ١٥س + ٥$$

$$(٥) \quad ١٨س^٤ - ١٢س^٣ + ٦س^٢ - ٨س$$

$$(٦) \quad ٥س(ب - ٢) + ٣س(ب - ٢)$$

تحليل المقدار الثلاثي

على الصورة : $س^٢ + ب + د$

نعلم أن :

تحليل العدد معناه تحويله إلى حاصل ضرب عاملين أو أكثر

فمثلاً :

$$" \text{أعداد صحيحة موجبة} " \quad ١٢ = ٣ \times ٤ = ٢ \times ٦ = ١ \times ١٢$$

$$" \text{أعداد صحيحة سالبة} " \quad ١٢ = -٣ \times -٤ = -٢ \times -٦ = -١ \times -١٢$$

لاحظ ما يأتي :

$$٣ + ٤ = ٧ ، \quad ٢ + ٦ = ٨ ، \quad ١ + ١٢ = ١٣$$

$$-٣ - ٤ = -٧ ، \quad -٢ - ٦ = -٨ ، \quad -١ - ١٢ = -١٣$$

أيضاً :

$$1 - \times 12 = 6 - \times 2 = 4 - \times 3 = 1 \times 12 - = 6 \times 2 - = 4 \times 3 - = 12$$

لاحظ أيضاً :

$$11 = 1 - \times 12 \quad , \quad 4 = 6 \times 2 - \quad , \quad 1 = 4 \times 3 -$$

$$11 - = 1 \times 12 - \quad , \quad 4 - = 6 - \times 2 \quad , \quad 1 - = 4 - \times 3$$

تدريب : أكمل ما يأتي :

- (١) عدنان موجب حاصل ضربهما ٦ و مجموعهما ٥ هما
- (٢) عدنان موجب حاصل ضربهما ٦ و مجموعهما ٧ هما
- (٣) عدنان موجب حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما ٥ هما
- (٤) عدنان موجب حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما ١ هما
- (٥) عدنان موجب حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما - ٥ هما
- (٦) عدنان موجب حاصل ضربهما ٦ و الفرق بينهما - ١ هما

كما نعلم أن :

$$\text{" الضرب بمجرد النظر " } \quad 12 + س + ٧ = (س + ٣) (س + ٤)$$

$$\text{، بطريقة أخرى : } (س + ٤) (س + ٣) = س + ٧ + ١٢ + (س + ٤) (س + ٣)$$

$$س + ٧ + ١٢ =$$

$$\text{و بالعكس : } س + ٧ + ١٢ = (س + ٤) (س + ٣)$$

تسمى هذه العملية تحليل المقدار : س + ٧ + ١٢

، يسمى كل من : (س + ٤) ، (س + ٣) عوامل هذا المقدار

و يلاحظ :

لتحليل المقدار : س + ٧ + ١٢ نبحث عن عددين مجموعهما = ٧ ، حاصل ضربهما = ١٢

خطوات تحليل المقدار على الصورة : س + ب + ح

** نرتب حدود هذا المقدار حسب قوى " أسس " المتغير " س " تنازلياً

** نحلل المقدار بإخراج ع . م . إن وجد

** نحلل المقدار إلى عاملين كل منهما عبارة عن مقدار جبري ذي حدين الحد الأول في كل منهما

هو المتغير " س " و الحد الثاني هما عدنان مجموعهما = ب ، حاصل ضربهما = ح

ملاحظة هامة :

** إذا كانت إشارة الحد الأخير " ح " موجبة نوجد مجموع العددين و تكون إشارة كل منهما مشابهة

لإشارة الحد الأوسط " ب "

** إذا كانت إشارة الحد الأخير " ح " سالبة نوجد الفرق بين العددين و تكون إشارة كل منهما

مخالفة للآخر و الأكبر منهما يأخذ إشارة الحد الأوسط " ب " و الأصغر يأخذ الإشارة المخالفة

تدريب : حلل المقادير الآتية :

$$(١) \quad س + ٨ + ١٢ \quad (٢) \quad س - ٥ + ٤$$

$$(١) \quad س + ٣ - ١٨ \quad (٤) \quad س - ٦ - ٤$$

تمارين

١ - أكمل الحدود الناقصة :

(١) $s^4 - s^3 + 3 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٢) $s^7 + s + 10 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٣) $s^6 - s + 6 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٤) $p^4 - p + \dots = (\dots - 9p)(\dots + 2p)$

(٥) $30 - 16v + 2v^2 = (\dots)(\dots)$

$(\dots - v)(\dots - v) =$

(٦) $6s^2 + 3s^3 - 24s = (\dots)(\dots)$

$(\dots - s)(\dots - s) =$

(٧) $m^3 + 3m^2 - 4 = (\dots - m)(\dots + 4)$

٢ - أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان المقدار $s^4 - 7s + 7$ قابلاً للتحويل فإن $p = \dots$

(٢) إذا كان المقدار $s^4 + 7s + 7$ قابلاً للتحويل فإن $m = \dots$

(٣) إذا كان $s^4 - 21s + 21 = (s - 3)(s - 7)$ فإن $l = \dots$

٣ - حل ما يأتي :

(١) $s^8 - 15s + 15 = (s + \dots)(s - \dots)$

(٢) $s^6 - 20s + 20 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٣) $s^2 - 1 + s = (s - \dots)(s - \dots)$

(٤) $s^6 - 12s + 12 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٥) $28 - 10s + s^2 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٦) $s^3 + 3s^2 - 18 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٧) $20 + 9s^2 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٨) $6 + (2 - s)^2 = (s - \dots)(s - \dots)$

(٩) $22 - (9 - s) = (s - \dots)(s - \dots)$

تحليل المقدار الثلاثي

على الصورة : $٣س^٢ + ب + ح$ حيث : $١ \neq ٣$ نعلم أن : $(٣س + ١)(١ + ٣س) = ٣س^٢ + ١١س + ٣$ " الضرب بمجرد النظر " و بطريقة أخرى :

$$٣ \times ٢ + (٢ \times ٣س + ٣ \times ٣س) + ٣س \times ٣س = (٣ + ٣س)(٢ + ٣س)$$

$$٣س^٢ + ١١س + ٣ =$$

حيث : $٣س \times ٣س =$ الحد الأول من المقدار الأول \times الحد الأول من المقدار الثاني ،
 $٣س \times ١ + ٣س \times ٣س =$ " حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين " ،
 $١ \times ٣س =$ الحد الثاني من المقدار الأول \times الحد الثاني من المقدار الثاني ،

و بالعكس :

$$\text{المقدار : } ٣س^٢ + ١١س + ٣ = (٣س + ١)(١ + ٣س)$$

أى : يحلل إلى العاملين : $(٣س + ١)(١ + ٣س)$

و لتحليل هذا المقدار نجرى عدة محاولات للوصول إلى التحليل الصحيح كالاتى :

| | | | |
|--|---|--|--|
| $\begin{array}{l} ٣س^٢ + ٣س \\ \swarrow \quad \searrow \\ ٢س + ٣س \\ \text{الحد الأوسط} \\ = ٦س + ٣س = ٩س \end{array}$ | $\begin{array}{l} ٣س^٢ + ٣س \\ \swarrow \quad \searrow \\ ٣س + ٣س \\ \text{الحد الأوسط} \\ = ٩س + ٣س = ١٢س \end{array}$ | $\begin{array}{l} ٣س^٢ + ٣س \\ \swarrow \quad \searrow \\ ١س + ٣س \\ \text{الحد الأوسط} \\ = ٣س + ٦س = ٩س \end{array}$ | $\begin{array}{l} ٣س^٢ + ٣س \\ \swarrow \quad \searrow \\ ١س + ٣س \\ \text{الحد الأوسط} \\ = ١٨س + ٩س = ٢٧س \end{array}$ |
|--|---|--|--|

$$\therefore ٣س^٢ + ١١س + ٣ = (٣س + ١)(١ + ٣س)$$

ملاحظة : * يراعى ترتيب الحدود تنازلياً حسب قوى المتغير س " أحد المتغيرين إذا كان متغيرين "

* إخراج ع . م . إن وجد
 * تراعى قاعدة الإشارات السابق ذكرها

تمارين

١ - أكمل الحدود الناقصة :

$$(١) \quad (٠٠٠٠ - س) (٠٠٠٠ - ٣س) = ٦ + ١٩س - ٣س^٢$$

$$(٢) \quad (٠٠٠٠ + ٥س) (٠٠٠٠ - س) = ٧ - ٢س + ٥س^٢$$

$$(٣) \quad (٠٠٠٠ + ٣س) (٠٠٠٠ + ٣س) = ٨ + ٣٠س + ٣س^٢$$

$$(٤) \quad (٠٠٠٠ + ٢س) (٠٠٠٠ - ص) = ٠٠٠٠ + ٢س - ص$$

$$(٥) \quad (٠٠٠٠) (٠٠٠٠) = ٤س^٣ + ٢٢س - ٣٠س$$

$$= (٠٠٠٠ - ص) (٠٠٠٠ - ص)$$

$$(6) \quad (3 - \dots) (2 + \dots) = \dots - 5 \text{ س} + 6 \text{ س}^2$$

$$(7) \quad (\dots - 4 \text{ م}) (\dots + 4 \text{ م}) = 3 - 4 \text{ م}^2$$

٢ - حل ما يأتي :

$$(1) \quad 3 \text{ س}^2 - 7 \text{ س} + 2$$

$$(2) \quad 2 \text{ ص}^2 - 20 \text{ ص} + 6$$

$$(3) \quad 15 \text{ س}^2 - 21 \text{ س} + 6$$

$$(4) \quad 3 \text{ س}^3 - 8 \text{ س} - 10 \text{ س}^2$$

$$(5) \quad 2 \text{ س}^2 - 5 \text{ س} - 3$$

$$(6) \quad 7 \text{ س}^2 - 23 \text{ س} + 30$$

$$(7) \quad 3 \text{ س}^3 + 19 \text{ س}^2 + 6$$

$$(8) \quad 3 + 14 \text{ س}^2 + 13 \text{ س}^3$$

$$(9) \quad 5 \text{ س}^2 - 4 (3 + 7 \text{ س})$$

$$(10) \quad 5 - 4 \text{ س} - (2 - 5 \text{ س})$$

$$(11) \quad 5 \text{ س}^2 - 4 (3 + 7 \text{ س})$$

$$(12) \quad 7 - (2 - 5 \text{ س}) - 19 (2 - 5 \text{ س})$$

$$(13) \quad 5 \text{ س}^2 - 22 \text{ س} + 8$$

$$(14) \quad 10 \text{ س}^2 - 4 \text{ س} + 7 \text{ ص} + 15 \text{ ص}^2$$

٣ - مستطيل مساحته $(6 \text{ س}^2 + 13 \text{ س} + 6)$ سم² أوجد أبعاده بدلالة س ثم أحسب محيطه عندما س = 3

تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل

نعلم أن :

$$(2 - 5 \text{ س})^2 = 4 \text{ س}^2 - 20 \text{ س} + 20$$

$$(7 \text{ س} - 4 \text{ ص})^2 = 49 \text{ س}^2 - 56 \text{ س} \text{ ص} + 16 \text{ ص}^2$$

تسمى المقادير : $4 \text{ س}^2 - 20 \text{ س} + 20$ ، $49 \text{ س}^2 - 56 \text{ س} \text{ ص} + 16 \text{ ص}^2$ ،

$$49 \text{ س}^2 - 56 \text{ س} \text{ ص} + 16 \text{ ص}^2 \text{ مربعاً كاملاً}$$

لاحظ أن : ** كلاً من الحد الأول و الثالث مربع كامل وكل منهما موجب دائماً

** الحد الأوسط = $\pm 2 \times$ الجذر التربيعي للحد الأول \times الجذر التربيعي للحد الثالث

** المقدار : $4 \text{ س}^2 - 20 \text{ س} + 20$ ليس مربع كامل لأن : الحد الثالث " - " سالب

** المقدار : $49 \text{ س}^2 - 56 \text{ س} \text{ ص} + 16 \text{ ص}^2$ ليس مربع كامل لأن : الحد الأوسط = 34 س

$$\text{بينما : } 2 = \sqrt{4 \text{ س}^2} \times \sqrt{9 \text{ س}^2} \times 2 = 2 \times 3 \times 2 = 12 \text{ س} = 5 \times 30 \text{ س}$$

و يكون تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل كالآتي :

$$\text{المقدار الثلاثي المربع الكامل} = (\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثاني}})^2$$

إشارة الحد الأوسط

ملاحظة : * يراعى ترتيب الحدود تنازلياً حسب قوى المتغير س " أحد المتغيرين إذا كان متغيرين "

* إخراج ع . م . ن إن وجد

تدريب : أكمل الحدود الناقصة ليكون المقدار مربعاً كاملاً

- (١) $s^2 - 0000 + 16$
 (٢) $4s^2 + 20s + 0000$
 (٣) $49 + p14 - 0000$
 (٤) $25s^2 + 0000 + 64$

تمارين

١ - أكمل الحدود الناقصة :

- (١) $s^2 - 2s + 1 = (s - 0000)^2$
 (٢) $\frac{1}{4}s^2 + 0000 + \frac{1}{9}ص = (0000 + 0000)^2$
 (٣) $4p - 0000 + 0000 = (0000 + 9ب)^2$
 (٤) $0000 + 30س = (0000 + 5س)^2$
 (٥) $0000 - 49ص = (0000 - 25س)^2$
 (٦) الحد الأوسط للمقدار : $(6س - 7ص)$ هو 0000
 (٧) إذا كان : $س + ص = 4$ فإن : $س^2 + 2سص + ص^2 = 0000$
 (٨) إذا كان : $س^2 + ص^2 = 13$ ، $سص = 6$ فإن : $(س - ص)^2 = 0000$
 (٩) إذا كان المقدار : $64س^2 + 9 + ل$ مربعاً كاملاً فإن : $ل = 0000$
 (١٠) إذا كان المقدار : $16س^2 - 30 + م$ مربعاً كاملاً فإن : $م = 0000$
 (١١) إذا كان المقدار : $ل + 10س + 25$ مربعاً كاملاً فإن : $ل = 0000$

٢ - حلل المقادير الآتية :

- (١) $4س^2 - 20س + 25$
 (٢) $9ص^2 + 4 + 12ص$
 (٣) $3س^2 + 30س + 75س^2$
 (٤) $\frac{1}{16}س^2 - \frac{1}{16}سص + \frac{1}{25}$
 (٥) $(3س - 8)^2 - 16 + (3س - 8)$
 (٦) $ص^2 + 2ص(س + 1) + (س + 1)^2$
 (٧) $2س(2س - 5ص) + 6س(س + 1)$
 ٣ - أوجد ناتج ما يأتي باستخدام التحليل :
 (١) $(3) + 7 \times 3 \times 2 + (7)$
 (٢) $(5) - 5 \times 8 + (4)$

و بالتالى فإن :

مجموع مكعبى كميتين = (مجموع الكميتين) (مربع الأولى - حاصل ضربهما + مربع الثانية)
فمثلاً : لتحليل المقدار : $٨س^٣ + ٢٧ص^٣$

$$\because \sqrt[3]{٨س^٣} = ٢س \quad , \quad \sqrt[3]{٢٧ص^٣} = ٣ص$$

$$\therefore ٨س^٣ + ٢٧ص^٣ = (٢س + ٣ص)(٤س^٢ - ٦سص + ٩ص^٢)$$

نعلم أيضاً :

$$(س - ص)(س^٢ + سص + ص^٢) = س^٣ + س^٢ص + سص^٢ + ص^٣ - س^٢ص - سص^٢ - ص^٣ = س^٣ - ص^٣$$

أى أن : المقدار " $س^٣ - ص^٣$ " هو مقدار مكون من الفرق بين حدين كل منهما مكعب لحد جبرى
 لذا يسمى " الفرق بين مكعبين " و بالتالى فإن :

الفرق بين مكعبى كميتين = (الفرق بين الكميتين) (مربع الأولى + حاصل ضربهما + مربع الثانية)
فمثلاً : لتحليل المقدار : $٨س^٣ - ٢٧ص^٣$

$$\because \sqrt[3]{٨س^٣} = ٢س \quad , \quad \sqrt[3]{٢٧ص^٣} = ٣ص$$

$$\therefore ٨س^٣ - ٢٧ص^٣ = (٢س - ٣ص)(٤س^٢ + ٦سص + ٩ص^٢)$$

تمارين

١ - أكمل :

$$(١) \quad (..... + +)(..... -) = ١ - س^٣$$

$$(٢) \quad (..... + +)(..... -) = س^٣ - ١$$

$$(٣) \quad (..... + -)(..... +) = + س^٣$$

$$(٤) \quad \text{زيادة المقدار : } س^٣ - ٦٤ \text{ عن المقدار : } س^٣ + ٤س + ١٦ \text{ تساوى }$$

$$(٥) \quad \text{إذا كان : } س - ص = ٥ \quad , \quad س^٣ + س^٢ص + سص^٢ + ص^٣ = ٣ \text{ فإن : } س^٣ - ص^٣ =$$

٢ - حلل المقادير الآتية :

$$(١) \quad س^٣ - ٨$$

$$(٢) \quad ٦٤ + س^٣$$

$$(٣) \quad ١٢٥س^٣ - ١$$

$$(٤) \quad ٨١س^٣ - س^٣$$

$$(٥) \quad ٢س^٣ + ٥٤$$

$$(٦) \quad ١ + س^٣$$

$$(٧) \quad (١ - س) - ١$$

$$(٨) \quad (س + ٢ص) - (س + ٢ص)$$

$$(٩) \quad (١٢) - (٨)$$

$$٣ - \text{أوجد ناتج ما يأتى باستخدام التحليل : } (١٢) - (٨)$$

التحليل بالتقسيم

يستخدم التحليل بالتقسيم إذا كان عدد حدود المقدار المراد تحليله أكثر من ثلاثة حدود

خطوات التحليل بالتقسيم : (١) إخراج ع . م . ن إن وجد

(٢) تقسيم المقدار إلى مجموعتين : إما أن كل منها تتكون من حدين ثم إخراج ع . م . ن إن وجد

أو تحليل كل مجموعة على حدة بالطرق السابقة ثم إخراج ع . م . ن
أو كل منهما تكونان مربع كامل و المجموعتان تكونان معاً فرق بين مربعين
" التقسيم يكون حسب المسألة "

(٣) تأكد أن التحليل تام أي أن : الناتج يكون حاصل ضرب جميع العوامل الممكنة

تدريب : حل كل مما يأتي تحليلاً كاملاً :

$$(١) (..... +) + (ص٥ + س٥) = ص٢ + س٢ + ص٥ + س٥$$

$$(..... +)..... + (..... +)٥ =$$

$$(..... +)(..... +) =$$

$$(٢) ص١ - (٤ + س٤ + س١) = ٤ + س٤ + ص١ - س١$$

$$ص١ - (..... +) =$$

$$(..... -)(..... +) =$$

$$(٣) ص٣ - س٣ + ص١ - س١ = (ص٣ - س٣) + (ص١ - س١)$$

$$(.....)(ص - س) + (.....)(ص - س) =$$

$$(.....)(ص - س) =$$

تمارين

١ - حلل المقادير الآتية تحليلاً كاملاً :

$$(١) ص٢ - س٢ + ص٧ - س٧$$

$$(٢) ص١ - س١ + ص٣ - س٣$$

$$(٣) ص٣ + س٣ + ص٥ + س٥ + ص٧ + س٧ + ص٩ + س٩$$

$$(٤) ص٤ - س٤ - ص٦ - س٦ - ص٩ - س٩$$

$$(٥) ص١ - س١ + ص٣ - س٣$$

$$(٦) ص١ - س١ + ص٣ - س٣$$

$$(٧) (ص٢ - س٢) - (ص١ - س١) + ص٩ + س٩$$

$$(٨) ص١ - س١ + ص٨ + س٨ + ص١٦ + س١٦$$

$$(٩) ص١ - س١ + ص٦ + س٦ + ص٩ + س٩$$

التحليل بإكمال المربع

نعلم أن : المقدار المربع الكامل يكون على الصورة : $s \pm 2s + s$

و يحل بالصورة : $(s \pm s)$

و لكن : توجد بعض المقادير التي لا تكون على صورة مربع كامل و بالتالي لا يمكن تحليلها

مثل : $s - 4s + 3s$ ، $s + 4$

و لتحليل مثل هذه المقادير يجب إكمالها لتصبح على صورة مربع كامل

خطوات التحليل بإكمال المربع :

(1) إذا كان المقدار مكون من حدين كلاً منهما مربع كامل :

نضيف حدين أولهما هو : $2 \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثاني}}$ فيكون مع الحدين مقدار مربع

كامل ، الثاني هو : $2 - \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثاني}}$

لتكون المجموعتان معاً فرق بين مربعين

(2) إذا كان المقدار مكون من ثلاثة حدود :

نحدد حدين كلاً منهما مربع كامل ثم نضيف $\pm 2 \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثاني}}$

فتتكون مجموعتان كل منهما مربع كامل و تكونان معاً فرق بين مربعين

(3) التأكد أن التحليل تام أي أن : الناتج يكون حاصل ضرب جميع العوامل الممكنة

تدريب : حل كل مما يأتي تحليلاً كاملاً :

$$(1) s^2 + 4s + 3 = (s^2 + 4s + 4) - 1 = (s + 2)^2 - 1$$

$$= (s + 2 + 1)(s + 2 - 1) = (s + 3)(s + 1)$$

$$= (s + 3)(s + 1)$$

$$(2) s^2 + 4s + 4 = (s^2 + 4s + 4) = (s + 2)^2$$

$$= (s + 2)(s + 2) = (s + 2)^2$$

$$= (s + 2)(s + 2) = (s + 2)^2$$

تمارين

١ - حلل المقادير الآتية تحليلاً كاملاً :

$$(1) s^2 + 4s + 5$$

$$(3) s^2 + 12s - 32$$

$$(5) s^2 - 6s + 8$$

$$(7) s^2 + 4s$$

$$(9) s^2 (s - 19) + 25s$$

$$(2) s^2 + 10s + 24$$

$$(4) s^2 + 8s - 33$$

$$(6) s^2 - 14s - 51$$

$$(8) s^2 + 81$$

$$(10) s^2 (4s - 7) + s$$

تدريب (١) : عدد حقيقي ثلاثة أمثاله ينقص عن مربعه بمقدار ٤ أوجد العدد
الحل

نفرض أن : العدد = س
 ∴ س^٢ - ٣س = ٤
 ∴ س^٢ = ٣س + ٤
 ∴ س = () ()
 ∴ العدد هو :
تدريب (٢) :

مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٢ سم فإذا كانت مساحته = ٣٦٠ سم^٢ أوجد أبعاده

الحل
 نفرض أن : عرض المستطيل = س سم
 ∴ مساحه المستطيل = الطول × العرض
 ∴ س =
 ∴ س = أو س =
 ∴ عرض المستطيل =
 ∴ طول المستطيل =

تمارين

- ١ - أوجد العدد الحقيقي الذي إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٤
- ٢ - عدد حقيقي موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٥٦ أوجد هذا العدد
- ٣ - أوجد العدد الحقيقي الذي أربعة أمثاله يساوي ٨١
- ٤ - أوجد العدد الحقيقي الموجب الذي يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٣٦
- ٥ - عدنان حقيقيان موجبان الفرق بينهما ٢ و حاصل ضربيهما ٣٥ ما هما العددان ؟
- ٦ - عدنان حقيقيان مجموعهما ١٠ ، و مجموع مربعيهما ١٠٠ أوجد العددين
- ٧ - عدنان حقيقيان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار ٦ و حاصل ضربيهما ٤٠ أوجد العددين
- ٨ - عدنان حقيقيان متتاليان مجموع مربعيهما ٤١ أوجد العددين
- ٩ - مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته ٣٦ سم^٢ أوجد أبعاد المستطيل
- ١٠ - مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٤٥ سم^٢ أوجد محيطه
- ١١ - مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته تنقص عن مساحة مربع طول ضلعه ثلاثة عرض المستطيل بمقدار ٧٥ سم^٢ أوجد بعدي المستطيل وطول ضلع المربع
- ١٢ - مربع عمى أحمد يزيد عن خمسة أمثاله عمره بعد ٦ سنوات بمقدار ٧٤ سنة أوجد عمره الآن
- ١٣ - إذا عمر حسن يزيد عن عمر ليلي الآن بمقدار ٤ سنوات ، مجموع مربعي عمريهما الآن يساوي ٢٩٦ سنة أوجد عمر كل منهما الآن
- ١٤ - مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ثلاثة أعداد حقيقية متتالية أوجد محيطه و مساحته
- ١٥ - مثلث قياسات زواياه هي (٢ س) ° ، (س + ٣٥) ° ، (٢ س + ٦٠) °
 أوجد قيمة س ثم أحسب قياس كل زاوية

العلاقة بين متغيرين

تمهيد :

أشترى محمد كتب وكشاكيل فإذا كان ثمن الكتاب ثلاثة جنيهاً ، ثمن الكشكول جنيهاً ودفع للبائع ٢٥ جنيهاً فما هي الإمكانيات المختلفة لعدد الكتب والكشاكيل التي أشترها محمد ؟

الحل :

نفرض أن : عدد الكتب = س ، عدد الكشاكيل = ص
 $3س + 2ص = 25$

تسمى هذه العلاقة معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين

ومنها نجد : $ص = \frac{25 - 3س}{2}$

لاحظ أن : س ، ص يجب أن تكون أعداداً طبيعية **لماذا؟؟** لذا فيجب أن تكون س أعداداً فردية **لماذا؟؟** لمعرفة الإمكانيات المختلفة نكون الجدول المقابل :

| س | ص | (س ، ص) |
|---|-------|----------|
| ١ | ١١ | (١ ، ١١) |
| ٣ | ٨ | (٣ ، ٨) |
| ٥ | ٥ | (٥ ، ٥) |
| ٧ | ٢ | (٧ ، ٢) |
| ٩ | سالبة | لا تصلح |

عدد الكتب = ١ : عدد الكشاكيل = ١١
 عدد الكتب = ٣ : عدد الكشاكيل = ٨
 عدد الكتب = ٥ : عدد الكشاكيل = ٥
 عدد الكتب = ٧ : عدد الكشاكيل = ٢

تدريب :

عدنان طبيعياً مختلفان أحدهما ٥ س ، الآخر ٢ ص فإذا كان مجموعهما ٣١ فما الإمكانيات المتاحة لهذين العددين

الحل :

$5س + 2ص = 31$: $ص = \frac{31 - 5س}{2}$

نكون الجدول المقابل كالآتي :

| س | ص | (س ، ص) |
|---|---|---------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

س = ١ : ص = ١٣

س = ٣ : ص = ٨

س = ٥ : ص = ٣

س = ٧ : ص = -٢

تدريب : مستطيل طوله ٢ سم س ، عرضه ص سم فإذا كان محيطه ٤٢ سم أوجد الإمكانيات المتاحة لأبعاده حيث س ، ص $\in \mathbb{N}^+$

مما سبق نستنتج أن :

العلاقة : $m = s + b = c$ حيث : m ، b كلاهما معاً $\neq 0$

تسمى **علاقة خطية** بين المتغيرين s ، v

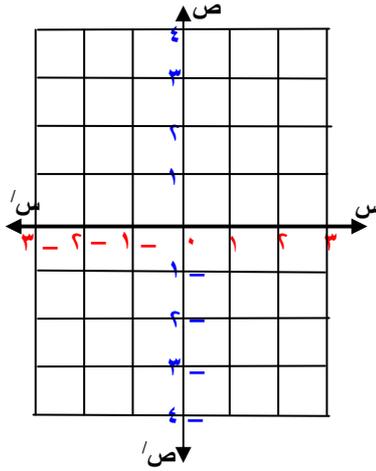
، يمكن إيجاد عدد لا نهائي من الأزواج المرتبة (s ، v) التي تحقق هذه العلاقة

كما يمكن تمثيل هذه العلاقة بيانياً باستخدام بعض هذه الأزواج المرتبة

، وتكون النقط الممثلة لهذه الأزواج المرتبة خط مستقيم

تدريب :

أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة : $s + v = 5$ و مثلها بيانياً



الحل

$s + v = 5$:: عندما $s = 1$ فإن $v = 5 - 1 = 4$:: يحقق العلاقة

عندما $s = 2$ فإن $v = 5 - 2 = 3$:: يحقق العلاقة

عندما $s = 3$ فإن $v = 5 - 3 = 2$:: يحقق العلاقة

ويمكن وضع الأزواج المرتبة في جدول كالآتي :

| | | | |
|---|---|---|---|
| س | 1 | 2 | 3 |
| ص | 4 | 3 | 2 |

تمارين

١ - أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقات الآتية ومثلها بيانياً :

(١) $s - v = 3$ (٢) $s + 2v = 5$

(٣) $3s + v = 6$ (٤) $4s - v = 3$

٢ - إذا كان : (١ ، ١) يحقق العلاقة : $s - v = 3$ أوجد قيمة : n

٣ - إذا كان : (٣ ، ٠) يحقق العلاقة : $s + 3v = 6$ أوجد قيمة : m

٤ - إذا كان : (١ ، ٢) يحقق العلاقة : $2s + 3v = m$ أوجد قيمة : m

٥ - أكمل الأزواج المرتبة التي تحقق العلاقة : $3s - v = 4$

(٢ ، ٠) ، (٠ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ٠) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٠)

٦ - أختار العلاقة بين s ، v الموضحة بالجدول المقابل :

| | | | |
|---|---|---|---|
| س | ١ | ٠ | ١ |
| ص | ٢ | ٨ | ٥ |

من بين العلاقات الآتية :

$s + v = 3$ ، $s - v = 3$

$3s + v = 5$ ، $3s - v = 5$

٧ - أختار العلاقة التي لا يحققها (١ ، ٤) من بين العلاقات الآتية :

$s + v = 5$ ، $3s + v = 7$

$s - v = 4$ ، $8s - 2v = 0$

ملاحظات : عند تمثيل العلاقة : $m = b + c = d$ حيث : m ، b كلاهما معاً $\neq 0$

** إذا كان : $m = 0$

فإن العلاقة :

$b = c = d$

يمثلها مستقيم

يوازي محور

السينات

فمثلاً : العلاقة :

$c = 1$

يمثلها مستقيم يوازي

محور السينات و يقطع

محور الصادات في النقطة

$(1, 0)$

حالة خاصة :

العلاقة : $c = 0$ يمثلها محور السينات

أما : العلاقة $m = b + c = d = 0$ يمثلها مستقيم يمر بنقطة الأصل $(0, 0)$

تدريب :

مثل بيانياً العلاقة : $c = 3 - m = 0$

الحل

نكون الجدول كما يأتي :

| | | | |
|---|---|---|-----|
| س | 0 | 3 | 3 - |
| ص | 0 | 1 | 1 - |

تمارين

١ - مثل بيانياً العلاقات الآتية :

(١) $c = 3$

(٣) $c = 3 + m = 0$

(٥) $c = 2 - m$

(٧) $c = 3 + m$

(٢) $c = 5$

(٤) $c = 0 - m$

(٦) $c = 3 + m = 5$

(٨) $c = 3 - m = 6$

٢ - مثل بيانياً العلاقة : $c = 3 + m = 6$

، إذا المستقيم الممثل لهذه العلاقة يقطع محور السينات في النقطة m ، محور الصادات في النقطة b فأوجد مساحة المثلث و m ب حيث و نقطة الأصل

ميل الخط المستقيم

إذا تحركت نقطة من الموضع P (س₁ ، ص₁) إلى الموضع

ب (س₂ ، ص₂) حيث : $س_2 < س_1$ ، كل من P ، ب \in المستقيم فإن :

** التغير فلا الإحداثي السيني = $س_2 - س_1$ " التغير الأفقى "

$$س_2 - س_1 \neq \text{صفر}$$

** التغير فلا الإحداثي السيني = $ص_2 - ص_1$ " التغير الرأسى "

، يكون موجباً أو سالباً أو مساوياً للصفر

** ميل الخط المستقيم = $\frac{\text{التغير فى الإحداثى الصادى}}{\text{التغير فى الإحداثى السينى}} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

ملاحظات :

(1) إذا كانت : $P(1, 2)$ ، ب (2, 4)

$$\text{فإن : } م = \frac{4 - 2}{2 - 1} = 2$$

* تحركت نقطة P على الخط المستقيم لأعلى كلما إتجهنا

من اليسار إلى اليمين لتصل لنقطة ب

* $ص_2 < ص_1$

* الميل موجب

(2) إذا كانت : $P(4, 1)$ ، ب (1, 4)

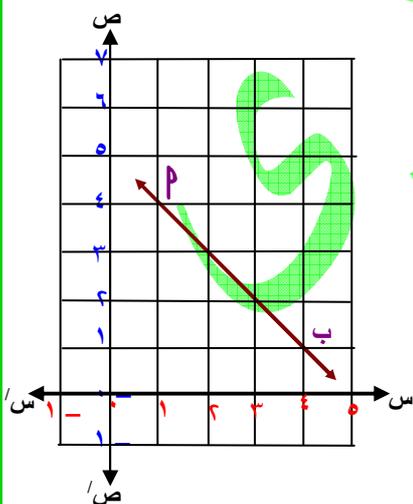
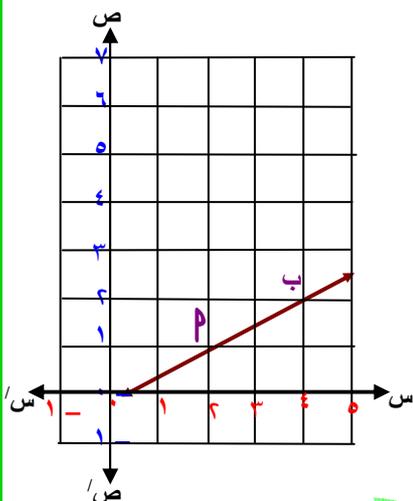
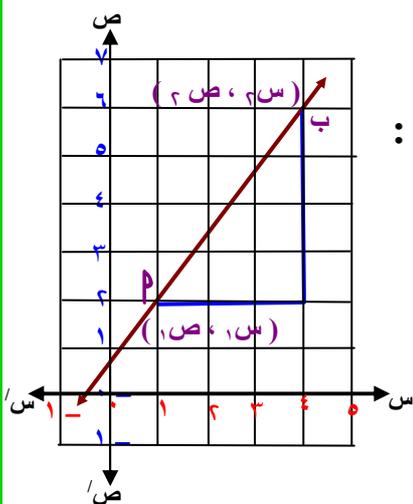
$$\text{فإن : } م = \frac{4 - 1}{1 - 4} = -1$$

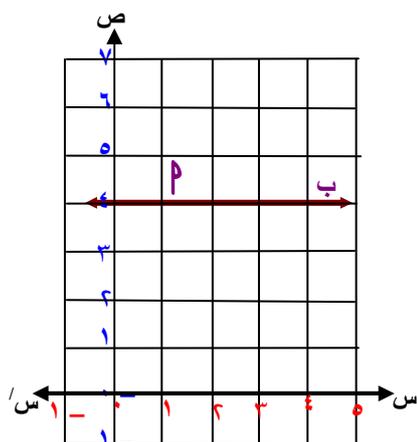
* تحركت نقطة P على الخط المستقيم لأسفل كلما إتجهنا

من اليسار إلى اليمين لتصل لنقطة ب

* $ص_2 > ص_1$

* الميل سالب





(٣) إذا كانت : م (٤ ، ١) ، ب (٤ ، ٤)

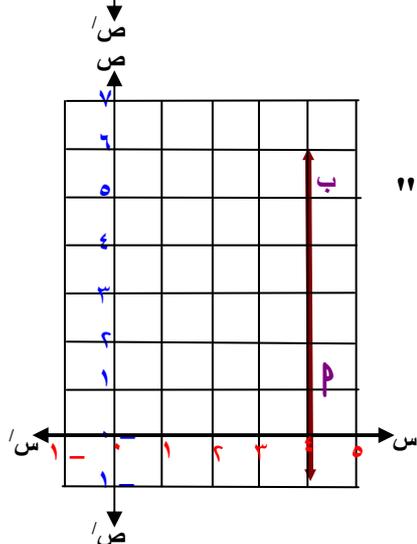
$$\text{فإن : } \text{م ب} = \frac{\text{صفر}}{٣} = \frac{٤ - ٤}{١ - ٤} = \overleftrightarrow{\text{صفر}}$$

* تحركت نقطة م أفقياً على الخط المستقيم كلما إتجهنا من اليسار إلى اليمين لتصل لنقطة ب

$$\text{ص}_٢ = \text{ص}_١$$

* الميل = صفر

* المستقيم // محور السينات



(٤) إذا كانت : م (١ ، ٤) ، ب (٥ ، ٤)

$$\text{فإن : } \text{م ب} = \frac{\text{صفر}}{٤} = \frac{١ - ٥}{٤ - ٤} = \overleftrightarrow{\text{صفر}}$$

" غير معرف "

* لا نستطيع حساب ميل الخط المستقيم

لأن تعريفه يشترط وجود تغير في الإحداثى السينى

$$\text{س}_٢ - \text{س}_١ \neq \text{صفر}$$

* تحركت نقطة م رأسياً لتصل لنقطة ب

$$\text{س}_٢ = \text{س}_١$$

* الميل غير معرف

* المستقيم // محور الصادات

تدريبات :

١ - أوجد كل مستقيم من المستقيمات الآتية والتي تمر بالنقط المعطاه :

$$(١) (١ ، ١) ، (١ - ، ٣) (٢) (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٢)$$

$$(٣) (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٦) (٤) (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٦)$$

$$(٥) (٥ ، ٢) ، (٣ - ، ٤) (٦) (١ ، ٣) ، نقطة الأصل$$

٢ - إذا كان : ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ١ -) ، (س ، ٦) يساوى ٥ أوجد قيمة : س

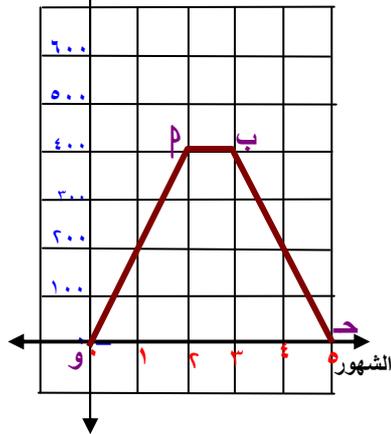
٣ - إذا كان : ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (- ، ١) يساوى $\frac{٣}{٤}$ أوجد قيمة : ص

٤ - إذا كانت النقط : (٤ ، ٢) ، (س ، ٣) ، (- ، ١) على إستقامة واحدة أوجد قيمة : س

تطبيقات على ميل الخط المستقيم

مثال :

المبيعات بالكجم



الشكل المقابل : يوضح العلاقة بين مبيعات تاجر " ف " بالكجم من أحد أصناف تجارته ، و الزمن " ن " بالشهر خلال بعض شهور السنة
أوجد : ميل كل من : و m ، p ؛ ب d ووضح ما دلالة كل منهم ؟؟

الحل :

و $(0,0)$ ، $p(300,2)$ ، $b(300,3)$ ، $d(0,5)$

$$\text{ميل } m \text{ و } p = \frac{300 - 0}{2 - 0} = 150 \text{ كجم / شهر}$$

و يدل على تزايد المبيعات خلال الشهرين الأول و الثاني

$$\text{ميل } p \text{ ب} = \frac{300 - 300}{3 - 2} = \text{صفر}$$

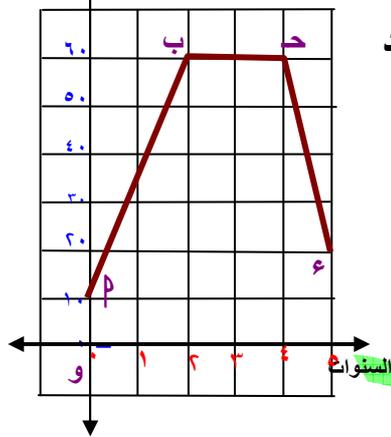
و يدل على ثبات المبيعات خلال الشهر الثالث

$$\text{ميل } b \text{ د} = \frac{300 - 0}{2 - 5} = -150 \text{ كجم / شهر}$$

و يدل على تناقص المبيعات خلال الشهرين الرابع و الخامس

تدريبات :

رأس المال بالآلاف الجنيهات



(1) الشكل المقابل : يوضح رأس مال شركة خلال 6 سنوات أوجد

ميل كل من : m ، b ؛ d ووضح دلالة كل منهم ثم أوجد رأس مال الشركة عند إنشائها

(2) أثناء قراءة حسن لإحدى الكتب وجد أنه بعد قراءة

20 دقيقة تبقى له 35 صفحة ، و بعد قراءة 60 دقيقة

تبقى له 5 صفحات فإذا فرضنا أن العلاقة بين الزمن n

، عدد الصفحات ص علاقة خطية مثل هذه العلاقة ثم

أوجد عدد الصفحات عندما بدأ حسن القراءة

(3) ملئ خزان للوقود بأحد المخابز و الشكل المقابل يمثل العلاقة

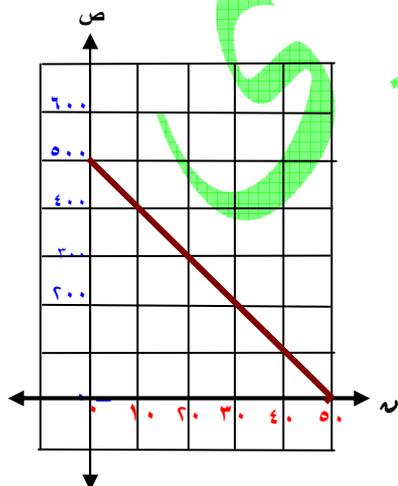
بين الزمن n بالساعة و كمية الوقود في الخزان باللتر

إستخدم الشكل المقابل لإيجاد :

** أكبر سعة للخزان

** ما تبقى من وقود بعد 20 ساعة

** متوسط إستهلاك الوقود في الساعة



الإحصاء

الإستدلال الإحصائي :

يقوم الإستدلال الإحصائي على فكرة اختيار عينة من المجتمع الذى تمثله ، ويتم إجراء البحث على و ما يتم الحصول عليه من نتائج يمكن تعميمه على المجتمع بأكمله
أى تستدل على وجود النتائج فى المجتمع من خلال وجودها فى العينة المأخوذة منه

مفهوم العينة :

العينة هى : جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله وتختار بطريقة عشوائية وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محل الدراسة والتي تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ القرارات فى ضوء نتائج دراسة هذه العينات و من ثم تعميمها على المجتمع بأكمله
المجتمع : هو عناصر البحث " أشخاص ، منتج معين ، برامج إعلامية ، صحف الخ " أهمية العينة :

للعينة أهمية كبيرة فى الدراسات والبحوث العلمية والإجتماعية وتستخدم العينات لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع والتي تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ قرارات فى ضونها وتعميمها على المجتمع
مميزات العينة : ١ - توفير الوقت ٢ - توفير المال ٣ - توفير الجهد

الإحتمال : سبق أن تعرفنا على الإحتمال التجريبي و النظرى

و علمنا أن الإحتمال التجريبي يعتمد على إجراء التجارب و تسجيل النتائج و يحسب فيها الإحتمال من العلاقة :

$$\text{إحتمال حدوث نتيجة معينة} = \frac{\text{عدد مرات تكرار هذه النتيجة}}{\text{عدد جميع تكرارات النواتج الممكنة}}$$

و كلما زاد عدد التجارب أقتربت قيمة الإحتمال التجريبي من الإحتمال النظرى و يكون :
العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = إحتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة
و يقوم الإحتمال النظرى على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانيات

فمثلاً :

(١) عند إلقاء قطعة نقود منتظمة و ملاحظة الوجه الظاهر تكون فرصة ظهور الصورة " ص "

مساوية لفرصة ظهور الكتابة " ل "

(٢) عند إلقاء حجر نرد منتظم و ملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى تكون فرصة ظهور

كل الأوجه متساوية

وهكذا

التجربة العشوائية : هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها ، ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذى سيحدث فعلاً

فضاء العينة : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية و عدد عناصرها هو n (ف)
الحدث : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة

فإذا كان : m حدث فى ف ف فإن : $m \supseteq f$

و عدد عناصره هو : n (m) أى عدد فرص وقوع الحدث m

فمثلاً : إذا كانا هو حدث ظهور رقم زوجى عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم

الظاهر على الوجه العلوى فإن : $m = \{ 2, 4, 6 \}$

لاحظ أن : $m = \{ 2, 4, 6 \} \supseteq f$

و يكون : إحتمال وقوع أى حدث $P \supset F$ ويرمز له بالرمز P حيث :
حساب إحتمال وقوع أى حدث P حيث $P \supset F$:

$$L(P) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } P}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(P)}{n(F)}$$

لاحظ أن : $0 \leq L(P) \leq 1$

* الحدث المستحيل : هو الحدث الذى لا يمكن وقوعه

أى أن : إحتمال الحدث المستحيل = صفر

* الحدث المؤكد : هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة

أى أن : إحتمال الحدث المؤكد = 1

تدريب (1) : حقيبة بها 10 بطاقات مرتبة من 1 إلى 10 فإذا سحبت منها بطاقة عشوائياً فأوجد :

1 - إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً فردياً

2 - إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً أولياً

3 - إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً يقبل القسمة على 3

الحل

$$F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \quad , \quad n(F) = 10$$

1 - إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً فردياً هو P حيث :

$$P = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad , \quad n(P) = 5$$

$$\therefore L(P) = \frac{n(P)}{n(F)} = \frac{5}{10} = 0.5$$

2 - إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً أولياً هو B حيث :

$$B = \{2, 3, 5, 7\} \quad , \quad n(B) = 4$$

$$\therefore L(B) = \frac{n(B)}{n(F)} = \frac{4}{10} = 0.4$$

3 - إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً يقبل القسمة على 3 هو D حيث :

$$D = \{3, 6, 9\} \quad , \quad n(D) = 3$$

$$\therefore L(D) = \frac{n(D)}{n(F)} = \frac{3}{10} = 0.3$$

تدريب (2) : مجموعة مكونة من 100 طالب نجح منهم 60 طالب فى الرياضيات ، 55 طالب فى

العلوم ، 40 طالب فى الرياضيات والعلوم معاً فإذا أختير منهم طالب عشوائياً أوجد إحتمال :

P حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً فى الرياضيات

B حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً فى العلوم

D حدث أن يكون الطالب المختار راسباً فى الرياضيات و العلوم

الحل

$$\therefore n(F) = 100 \quad , \quad n(P) = 60 \quad , \quad n(B) = 55$$

$$\therefore n(B) = 40 \quad , \quad n(D) = 100 - 60 - 55 = 85$$

$$\therefore n(D) = 85 \quad , \quad n(D) = 85$$

تمارين

(١) صندوق به ٣ كرات بيضاء ، ٤ كرات حمراء ، ٥ كرات سوداء كلها متماثلة إلا من حيث اللون فإذا سحبت كرة واحدة عشوائياً فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

(م) بيضاء (ب) حمراء أو سوداء (د) ليست سوداء

(٢) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد احتمال الحصول على :

(م) العدد ٣ (ب) عدد زوجي
(د) عدد أولي فردي (ع) عدد أقل من أو يساوي ٢
(هـ) عدد أكبر من ٦ (و) عدد $1 \leq s \leq 6$

(٣) مجموعة متماثلة من البطاقات على كل واحدة حرف من حروف كلمة " الرياضيات " فإذا سحبت بطاقة واحدة عشوائياً فما احتمال أن يكون مكتوباً عليها حرف

(م) ض (ب) ر (د) ي

(٤) في زيارة لأحد بيوت الشباب وجد به ٣٦ شاباً من عدة محافظات منهم ١٠ من أسوان ، ١٢ من السويس ، ١٤ من القاهرة ، ٤ من البحيرة فإذا أختير عشوائياً شاب واحد فما احتمال أن يكون الشاب المختار :

(م) من أسوان (ب) من البحيرة (د) ليس من السويس

(٥) من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عدداً مكون من رقمين مختلفين ثم أوجد :
كلاً من الأحداث الآتية :

(م) حدث أن يكون رقم العشرات فردياً
(ب) حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً
(د) حدث أن يكون مجموع الرقمين ٧
(ع) حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين ١٥

(٦) فصل دراسي به ٤٠ طالب نجح منهم ٣٠ طالب في الرياضيات ، ٢٤ طالب في العلوم ، ٢٠ طالب في المادتين فإذا أختير طالب عشوائياً فأوجد احتمال أن يكون الطالب المختار

(م) ناجحاً في الرياضيات (ب) راسباً في العلوم
(د) راسباً في المادتين

(٧) إذا كان أحد الأندية يلعب ٣٠ مباراة في إحدى المسابقات المحلية وكان احتمال فوزه في هذه المباريات ٠.٤ ، و احتمال تعادله ٠.٣ ، فأوجد عدد المباريات التي يتوقع أن :

(م) يفوز بها (ب) يتعادل فيها (د) يخسرها

(٨) في دراسة لمعرفة عدد ساعات العمل التي يفضلها ٥٠٠ عامل في أحد المصانع كانت النتائج بالجدول التالي :

| عدد ساعات العمل | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | المجموع |
|-----------------|----|-----|-----|----|----|---------|
| عدد العمال | ٧٠ | ٢٥٠ | ١٢٠ | ٣٧ | ٢٣ | ٥٠٠ |

فإذا أختير أحد العمال عشوائياً فما احتمال أن يكون مفضلاً للعمل :

- (٢) ٥ ساعات يومياً
 (ب) أكثر من ٧ ساعات يومياً
 (د) أقل من ٨ ساعات يومياً
 (ع) من ٦ ساعات إلى ٨ ساعات يومياً

(٩) صندوق به كرات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ١٦ سحبت كرة عشوائياً فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة تحمل:

- (٢) عدد يقبل القسمة على ٦
 (ب) عدد أولي
 (د) عدد لا يقبل القسمة على ٢

(١٠) في لعبة الدوارة إذا كان الفرص مقسم إلى عدد من القطاعات المتساوية وكان لون اثنين منهم أخضر ، و أربعة آخرين لونها أزرق ، و الباقي لونه أحمر فإذا كان

احتمال وقوف المؤشر عند اللون الأخضر هو $\frac{1}{3}$ أوجد عدد القطاعات الحمراء

(١١) لاعبان في فريق لكرة القدم و في أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفاً ، و سدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفاً من منهما تختاره لتسديد ضربة الجزاء أثناء المباراة ؟ ولماذا ؟

(١٢) سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨ فإذا كان احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{1}{3}$ أوجد قيمة ٨

(١٣) إذا كان احتمال نجاح طالب في إمتحان هو ٠.٨٧ فما احتمال رسوبه

(١٤) فصل دراسي فيه نسبة عدد البنين إلى عدد البنات كنسبة ٣ : ٤ فإذا أختير طالب عشوائياً من هذا الفصل فما احتمال أن يكون الطالب المختار :

- (٢) ولد ، (ب) بنت