أحمد الشنتوري

a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

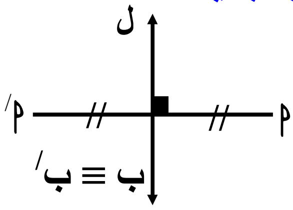
التحويلات الهندسية

الإنعكاس

نعلم أن :

** الإنعكاس هو تحويلة هندسية تحول الشكل الهندسى إلى شكل هندسى آخر مطابق له

** الإنعكاس فى المستقيم ل يحول كل نقطة أ إلى أ/ ، ب إلى ب/ بحيث :



إذا كانت أ ∌ ل فإن ل هو العمود الذى ينصف $\overline{\text{أ أ/}}$

إذا كانت ب ∈ ل فإن ب ≡ ب/

أى إذا كانت ب ∈ ل فإن صورة ب هى نفسها

** الإنعكاس فى المستوى الإحداثى :

(١) إذا كانت أ = (س ، ص) فإن صورتها بالإنعكاس فى محور السينات هى :

أ/ = (س ، − ص)

(٢) إذا كانت أ = (س ، ص) فإن صورتها بالإنعكاس فى محور الصادات هى :

أ/ = (− س ، ص)

مثال : فى مستوى إحداثى متعامد إرسم المستطيل أ ب حـ ء حيث

أ = (٤ ، ٣) ، ب = (٤ ، ١) ، حـ = (١ ، ٣) ، ء = (١ ، ١) ثم أوجد :

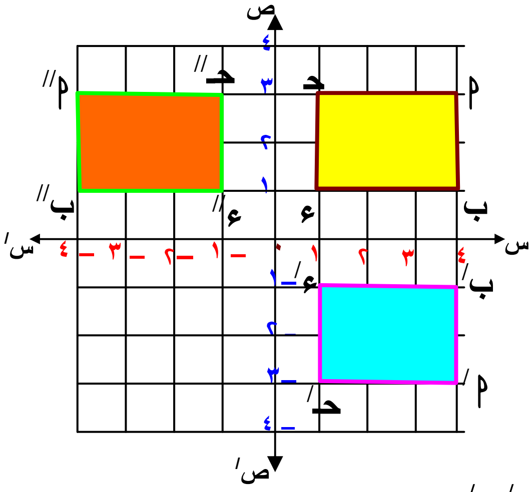
(١) صورة المستطيل أ ب حـ ء بالإنعكاس فى محور السينات

(٢) صورة المستطيل أ ب حـ ء بالإنعكاس فى محور الصادات

(٣) قس طول ضلع من أضلاع المستطيل " قياس كل زاوية " وصورته بالإنعكاس وقارن بينهما وأذكر ماذا تلاحظ ؟

(٤) هل $\overline{\text{أ/ب/}}$ // $\overline{\text{ء/حـ/}}$ ، $\overline{\text{ب/حـ/}}$ // $\overline{\text{أ/ء/}}$ ، هل $\overline{\text{أ//ب//}}$ // $\overline{\text{ء//حـ//}}$ ، $\overline{\text{ب//حـ//}}$ // $\overline{\text{أ//ء//}}$ وأذكر ماذا تلاحظ ؟

الحل



(١) بالإنعكاس فى محور السينات :

صورة أ = (٤ ، ٣) هى أ/ = (٤ ، ـ ٣)

صورة ب = (٤ ، ١) هى ب/ = (٤ ، ـ ١)

صورة حـ = (١ ، ٣) هى حـ/ = (١ ، ـ ٣)

صورة ء = (١ ، ١) هى ء/ = (١ ، ـ ١)

∴ صورة المستطيل أ ب حـ ء

بالإنعكاس فى محور السينات هى المستطيل أ/ ب/ حـ/ ء/

(٢) بالإنعكاس فى محور الصادات :

صورة أ = (٤ ، ٣) هى أ// = (ـ ٤ ، ٣)

صورة ب = (٤ ، ١) هى ب// = (ـ ٤ ، ١)

صورة حـ = (١ ، ٣) هى حـ// = (ـ ١ ، ٣)

صورة ء = (١ ، ١) هى ء// = (ـ ١ ، ١)

∴ صورة المستطيل أ ب حـ ء بالإنعكاس فى محور الصادات هى المستطيل أ// ب// حـ// ء//

(٣) بالقياس نجد أن : أ ب = أ/ ب/ = أ// ب// ، ب حـ = ب/ حـ/ = ب// حـ//

، أ ء = أ/ ء/ = أ// ء// ، حـ ء = حـ/ ء/ = حـ// ء//

، ق (∠ أ) = ق (∠ أ/) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ب/)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ حـ/) ، ق (∠ ء) = ق (∠ ء/)

نلاحظ أن : (١) الإنعكاس يحافظ على أطوال القطع المستقيمة

(٢) الإنعكاس يحافظ على قياسات الزوايا

(٣) الإنعكاس يحافظ على التوازى

تدريب : إذا كانت هـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ عين هـ/ صورة هـ بالإنعكاس فى محور السينات ماذا تلاحظ ؟

(٤) الإنعكاس يحافظ على البينية

لاحظ أن : الإنعكاس لا يحافظ على الترتيب الدورانى لرؤوس الشكل

خواص الإنعكاس

خواص الإنعكاس فى المستوى :

(١) الإنعكاس يحافظ على أطوال القطع المستقيمة

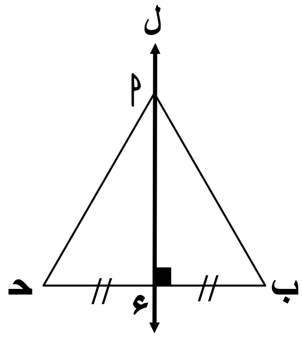
(٢) الإنعكاس يحافظ على قياسات الزوايا

(٣) الإنعكاس يحافظ على التوازى

(٤) الإنعكاس يحافظ على البينية

ملاحظة :

الإنعكاس الذى يحول الشكل إلى نفسه بالإنعكاس فى مستقيم ل يسمى تماثل ، ويسمى المستقيم ل فى هذه الحالة محور تماثل



تدريب (١) : أذكر عدد محاور تماثل كل من :

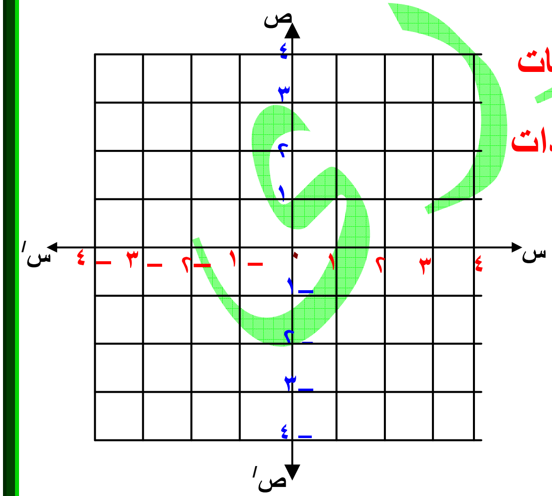
المثلث المتساوى الأضلاع ، المثلث المتساوى الساقين ، المثلث المختلف الأضلاع ، المربع ، المستطيل ، المعين ، متوازى الأضلاع ، شبه المنحرف المتساوى الساقين

تدريب (٢) :

فى مستوى إحداثى متعامد إرسم المثلث ٮ ب حـ حيث ٮ = (٤ ، ٣) ، ب = (٣ ، ١) ، حـ = (١ ، ٤) ثم أوجد :

(١) صورة المثلث ٮ ب حـ بالإنعكاس فى محور السينات

(٢) صورة المثلث ٮ ب حـ بالإنعكاس فى محور الصادات



الحل

(١) بالإنعكاس فى محور السينات :

صورة ٮ = (٤ ، ٣) هى ....

صورة ب = (٤ ، ١) هى ....

صورة حـ = (١ ، ٣) هى ....

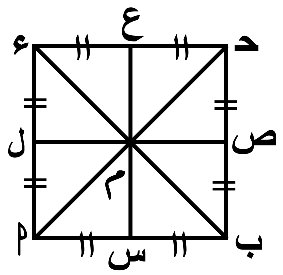
∴ صورة المثلث ٦ ب حـ بالإنعكاس فى محور السينات هى ٠٠٠٠

(٢) بالإنعكاس فى محور الصادات : صورة ٦ = (٤ ، ٣) هى ٠٠٠٠

صورة ب = (٤ ، ١) هى ٠٠٠٠ صورة حـ = (١ ، ٣) ٠٠٠٠

∴ صورة المثلث ٦ ب حـ بالإنعكاس فى محور الصادات هى ٠٠٠٠

تدريب (٣) : فى الشكل المقابل :



٦ ب حـ ء مربع ، س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاعه $\overline{٦ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ء ٦}$ على الترتيب ، م منتصف قطريه أكمل :

(١) صورة △ ٦ م س بالإنعكاس فى $\overleftrightarrow{س ع}$ هى ٠٠٠٠

، س م = ٠٠٠٠ لأن الإنعكاس يحافظ على ٠٠٠٠

، ق (∠ ٦ م س) = ٠٠٠٠ لأن الإنعكاس يحافظ على ٠٠٠٠

(٢) المربع حـ ص م ع هو صورة المربع ٠٠٠٠ بالإنعكاس فى $\overleftrightarrow{س ع}$

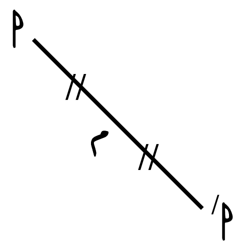
(٣) المستطيل حـ ء ل ص صورة المستطيل ب ٦ ل ص بالإنعكاس فى ٠٠٠٠

، النقطة ع صورة النقطة ٠٠٠٠ لأن الإنعكاس يحافظ على ٠٠٠٠

تدريب (٤) : أكمل الجدول التالى :

النقطـــة	صورة النقطة بالإنعكاس فى محور	
	السينات	الصادات
(١ ، ٣)	(١ ، ـ ٣)	(ـ ١ ، ٣)
(ـ ٢ ، ٥)		
	(٠ ، ٤)	
		(١ ، ٠)
	(ـ ٣ ، ٣)	
(٦ ، ـ ٤)		
		(٣ ، ٤)

الإنعكاس فى نقطة



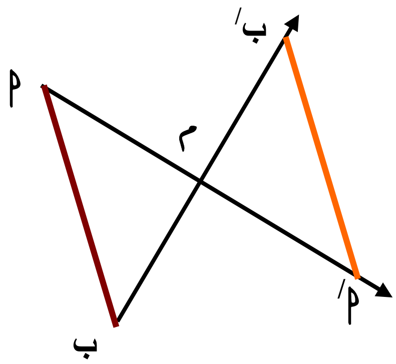
الإنعكاس فى نقطة م يحول كل نقطة أ فى المستوى إلى نقطة أ/

فى نفس المستوى بحيث تكون م منتصف أ أ/

وتسمى النقطة م مركز الإنعكاس ، وتكون صورة م بالإنعكاس فى م هى نفسها

لذا فإن : الإنعكاس فى نقطة هو تساوى قياسى

مثال :



فى الشكل المقابل أوجد صورة أب بالإنعكاس فى نقطة م

الحل

(١) نرسم أم ونعين عليه أ/ بحيث أ/ م = أ م

(٢) نرسم ب م ونعين عليه ب/ بحيث ب/ م = ب م

(٣) نرسم أ/ب/ فتكون أ/ب/ صورة أ ب بالإنعكاس فى نقطة م

** إذا كانت حـ ∈ أ ب أوجد صورة حـ بالإنعكاس فى نقطة م ماذا تلاحظ ؟

** أذكر إسم الشكل أ ب أ/ ب/

خواص الإنعكاس فى نقطة :

(١) الإنعكاس فى نقطة يحافظ على أطوال القطع المستقيمة والبعد بين النقط

(٢) الإنعكاس فى نقطة يحافظ على قياسات الزوايا

(٣) الإنعكاس فى نقطة يحافظ على التوازى

(٤) الإنعكاس فى نقطة يحافظ على الإتجاه الدورانى لترتيب رؤوس الشكل

تعريف : متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

خواص متوازى الأضلاع : (١) كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول

(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر

أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

ملاحظة : المعين والمستطيل والمربع هى حالات خاصة من متوازى الأضلاع

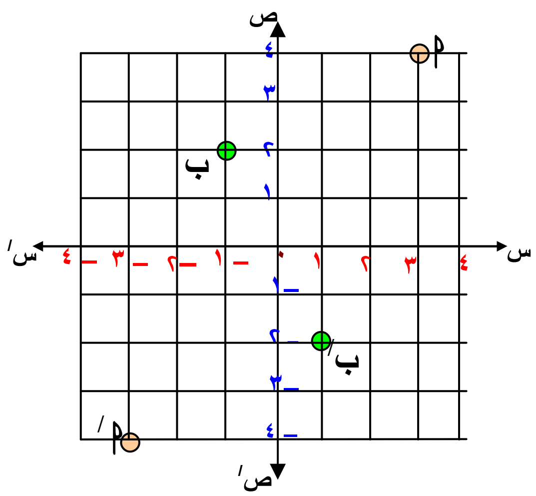
أذكر خواص كل من : المعين والمستطيل والمربع

الإنعكاس فى نقطة الأصل فى مستوى إحداثى متعامد

فى المستوى الإحداثى المتعامد ذى البعدين :

الإنعكاس فى نقطة الأصل و (٠ ، ٠) يحول :

ٍ (س ، ص) ← ٍ/ (– س ، – ص)



فمثلاً :

النقطة ٍ (٣ ، ٤) صورتها بالإنعكاس فى نقطة الأصل

هى النقطة ٍ/ (– ٣ ، – ٤)

، النقطة ب (– ١ ، ٢) صورتها بالإنعكاس فى نقطة الأصل

هى النقطة ٍ/ (١ ، – ٢)

تدريب :

أكمل الجدول التالى :

النقطة	(١ ، ٣)		(٠ ، ٤)		(– ٢ ، ٥)	
صورة النقطة بالإنعكاس فى نقطة الأصل		(٦ ، – ٤)		(١ ، ٠)		(٣ ، ٤)

أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

الإنتقال

نعلم أن :

* الإنتقال هو تحويل هندسى يحول (يزيح) كل نقطة ٢ فى المستوى إلى نقطة ٢/ فى نفس المستوى مسافة ثابتة فى إتجاه معين

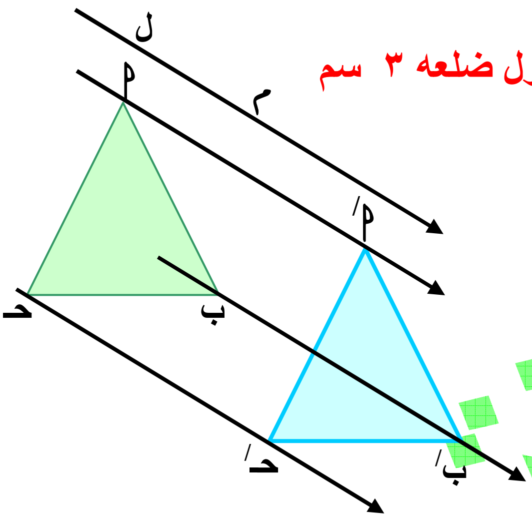
* لتحديد الإنتقال يلزم معرفة : (١) إتجاه الإنتقال (٢) مسافة الإنتقال

الإنتقال فى المستوى الإحداثى :

يحول كل نقطة ٢ إلى نقطة ٢/ بإزاحة سينية هـ يتبعها إزاحة صادية ء بحيث :

٢ (س ، ص) ← ٢/ (س + هـ ، ص + ء)

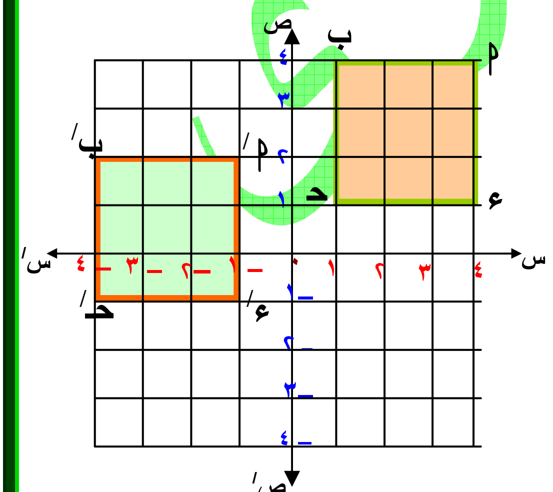
مثال : فى الشكل المقابل Δ ٢ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ٣ سم
أوجد صورته بإنتقال ٥ سم فى إتجاه ل م مسافة ٥ سم



الحل

نرسم من ٢ ، ب ، حـ أشعة توازى ل م وفى نفس إتجاهه
ونعين عليها النقط ٢/ ، ب/ ، حـ/ على الترتيب
بحيث ٢ ٢/ = ب ب/ = حـ حـ/ = ٥ سم
فيكون Δ ٢/ ب/ حـ/ هو صورة Δ ٢ ب حـ تحت تأثير الإنتقال المطلوب ماذا تلاحظ ؟

تدريب : فى مستوى إحداثى متعامد إرسم المربع ٢ ب حـ ء حيث ٢ = (٤ ، ٤) ، ب = (١ ، ٤) ، حـ = (١ ، ١) ، ء = (٤ ، ١) ثم أوجد : صورة المربع ٢ ب حـ ء بالإنتقال (س ، ص) ← (س ـ ٥ ، ص ـ ٢) ماذا تلاحظ



الحل

صورة ٢ هى ٢/ (٤ ـ ٥ ، ٤ ـ ٢) = ٠٠٠٠

صورة ب هى ب/ (٠٠٠٠ ، ٠٠٠٠) = (ـ ٤ ، ٢)

صورة حـ هى حـ/ (٠٠٠٠ ، ٠٠٠٠) = ٠٠٠٠

صورة ء هى ء/ (٠٠٠٠ ، ٠٠٠٠) = ٠٠٠٠

أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

خواص الإنتقال

خواص الإنتقال فى المستوى :

(١) الإنتقال يحافظ على أطوال القطع المستقيمة والبعد بين النقط

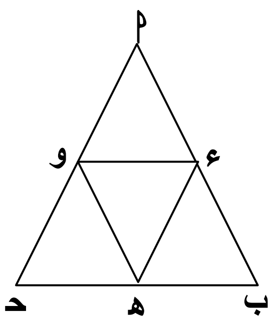
(٢) الإنتقال يحافظ على قياسات الزوايا

(٣) الإنتقال يحافظ على التوازى

كما أن : الإنتقال يحافظ على الترتيب الدوارنى لرؤوس الشكل الهندسى

تدريب (١) : فى الشكل المقابل : Δ م ب حـ متساوى الأضلاع طول ضلعه ٤ سم

، ء ، هـ ، و منتصفات $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ م}}$ على الترتيب أكمل ما يأتى :



(١) صورة Δ ب ء هـ بإنتقال مسافة ٢ سم فى إتجاه $\overleftarrow{\text{ب ء}}$

هى ٠٠٠٠ ، ء هـ = ٠٠٠٠ لأن الإنتقال يحافظ على ٠٠٠٠

(٢) Δ ب ء هـ صورة Δ هـ و حـ بإنتقال مسافة ٠٠٠٠ سم

فى إتجاه ٠٠٠٠

(٣) Δ ٠٠٠٠ صورة Δ م و ء بإنتقال مسافة ٢ سم فى إتجاه $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$

تدريب (٢) : أكمل الجدول التالى :

النقطة		(٤ ، ٣)	(٢ ، –٣)	(١ ، –٥)
صورة النقطة بالإنتقال	(س ، ص) ← (س + ١ ، ص – ٢)			
	(س ، ص) ← (س + ١ ، ص – ٢)			
	(س ، ص) ←			(–١ ، ٥)

تدريب (٣) : إرسم Δ م ب حـ قائم الزاوية فى ب فيه م ب = ٤ سم ، ب حـ = ٣ سم ثم أوجد :

صورته بإنتقال مسافة ٣ سم فى إتجاه

، صورته بإنتقال مسافة ٦ سم فى إتجاه $\overleftarrow{\text{م حـ}}$

الدوران

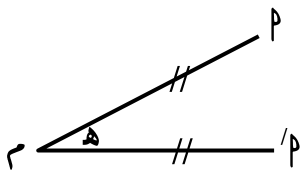
نعلم أن :

* الدوران فى المستوى هو تحويلة هندسية تدور الشكل حول نقطة بزاوية معينة

* الدوران حول النقطة م بزاوية قياسها هـ يحول كل نقطة أ فى المستوى

إلى نقطة أ/ فى نفس المستوى بحيث :

(١) ق (∠ أ م أ/) = هـ   (٢) م أ/ = م أ



و يرمز له بالرمز د (م ، هـ) حيث :

(١) م مركز الدوران   (٢) هـ قياس زاوية الدوران   (٣) إتجاه الدوران

ملاحظات :

(١) الدوران يتحدد تماماً عند تحديد مركز الدوران ، قياس زاويته ، إتجاه الدوران

(٢) قياس زاوية الدوران يكون موجباً إذا كان الدوران ضد إتجاه عقارب الساعة

، ويكون سالباً إذا كان الدوران مع إتجاه عقارب الساعة

الدوران فى المستوى الإحداثى :

الدوران حول نقطة الأصل (و) :

(١) بزاوية قياسها ٩٠° يحول النقطة (س ، ص) إلى النقطة (– ص ، س)

(٢) بزاوية قياسها ± ١٨٠° يحول النقطة (س ، ص) إلى النقطة (– س ، –ص)

(٣) بزاوية قياسها ٢٧٠° أو – ٩٠° يحول النقطة (س ، ص) إلى النقطة (ص ، – س)

(٤) بزاوية قياسها ١٨٠° يكافئ إنعكاس فى محور السينات متبوعاً بإنعكاس فى محور الصادات

(٥) بزاوية قياسها ١٨٠° أو – ١٨٠° (يسمى دوران نصف دورة) " وهما متكافئان "

و يكافئان إنعكاس فى نقطة الأصل

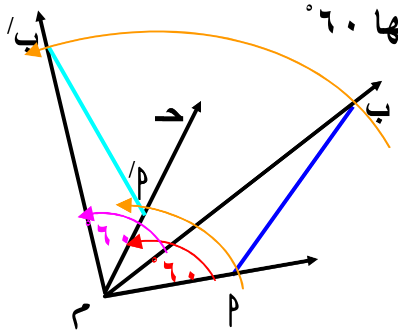
(٦) بزاوية قياسها ٣٦٠° أو – ٣٦٠° يسمى دوران محايد لأنه يحول الشكل إلى وضعه الأصلى

، وتكون صورة كل نقطة منطبقة على النقطة نفسها

(٧) بزاوية قياسها – ٢٧٠° يكافئ الدوران بزاوية قياسها ٩٠°

مثال :

فى الشكل المقابل : أوجد صورة $\overline{\text{أ ب}}$ بالدوران حول م بزاوية قياسها ٦٠ ْ



الحل

** نرسم الشعاع $\overrightarrow{\text{م أ}}$ ونركز بمركز المنقلة على م بحيث يشير $\overrightarrow{\text{م أ}}$ إلى الرقم صفر فى المنقلة ثم نرسم $\overrightarrow{\text{م حـ}}$ بحيث :

ق (∠ أ م حـ) = ٦٠ ْ

** نركز بسن الفرجار عند م وبفتحة طولها م أ نرسم قوساً يقطع $\overrightarrow{\text{م حـ}}$ فى نقطة ولتكن أ/

فتكون أ/ هى صورة أ بالدوران حول م بزاوية قياسها ٦٠ ْ

** بالمثل نتبع نفس الخطوات لإيجاد ب/ صورة ب

** نرسم $\overline{\text{أ/ ب/}}$ فتكون هى صورة $\overline{\text{أ ب}}$ بالدوران المطلوب

ماذا تلاحظ ؟

تدريب (١) :

أكمل الجدول التالى :

النقطة	صورة النقطة بالدوران حول نقطة الأصل (و)				
	٩٠ ْ أو – ٢٧٠ ْ	١٨٠ ْ أو – ١٨٠ ْ	٢٧٠ ْ	٣٦٠ ْ	– ٩٠ ْ
(٣ ، ٤)	(– ٤ ، ٣)	(– ٣ ، – ٤)	(٣ ، – ٤)	(٣ ، ٤)	(٣ ، – ٤)
	(١ ، – ٥)				
		(– ٢ ، ٣)			
			(– ٣ ، – ١)		
				(٠ ، ٤)	
					(٤ ، ٢)

خواص الدوران فى المستوى :

(١) الدوران يحافظ على أطوال القطع المستقيمة

(٢) الدوران يحافظ على قياسات الزوايا

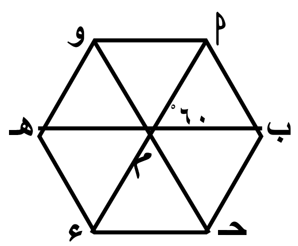
(٣) الدوران يحافظ على التوازى

(٤) الدوران يحافظ على البينية

كما أن : الدوران يحافظ على الترتيب الدوارنى لرؤوس الشكل الهندسى

تدريب (٢) :

فى الشكل المقابل ﻣ ب حـ ء هـ و سداسى منتظم مركزه م أكمل ما يأتى :



(١) صورة Δ ب م حـ بالدوران حول م بزاوية قياسها ٦٠°

هى ٠٠٠٠

(٢) صورة Δ م حـ ء بالدوران حول م بزاوية قياسها ١٢٠°

هى ٠٠٠٠

(٣) Δ م هـ ء صورة Δ ٠٠٠٠ بالدوران حول م بزاوية قياسها – ١٢٠°

(٤) الدوران الذى يحول Δ م ﻣ ب إلى Δ م هـ و هو ٠٠٠٠

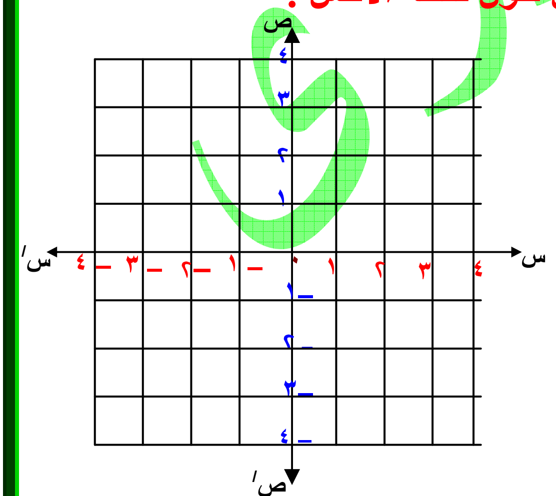
تدريب (٣) :

: فى مستوى إحداثى متعامد إرسم Δ ﻣ ب حـ حيث ﻣ = (١ ، ٠) ، ب = (٢ ، ٣)

، حـ = (٤ ، ٢) ثم أوجد : صورة Δ ﻣ ب حـ بالدوران حول نقطة الأصل :

بزاوية قياسها ٩٠° ، بزاوية قياسها ١٨٠°

الحل



تمارين

(١) إرسم ∆ ٲ ب حـ المتساوى الأضلاع حيث طول ضلعه ٤ سم ثم أوجد صورته بالإنعكاس فى $\overleftrightarrow{\text{ٲ ب}}$ ، وأذكر ما إسم الشكل الناتج ؟

(٢) فى نظام إحداثى متعامد إرسم ∆ و ب حـ حيث و نقطة الأصل ، ب = (٣ ، ٠) ، حـ = (٣ ، ٤) ثم إرسم صورته بالإنعكاس فى محور السينات ، وأذكر ما إسم الشكل الناتج ؟

(٣) إذا كانت ٲ ∌ لمستقيم ل ، ب ∋ للمستقيم ل ، وكانت ٲ/ صورة ٲ بالإنعكاس فى المستقيم ل ، وكان ٲ ب = ٢ س وحدة طول ، ٲ/ ب = س + ٣ وحدة طول أوجد طول $\overline{\text{ٲ ب}}$

(٤) إذا كانت النقطة ب صورة النقطة حـ بالإنعكاس فى محور السينات ، وكانت حـ صورة هـ بالإنعكاس فى محور الصادات حيث هـ = (٢ ، ٣) أوجد إحداثى النقطة ب

(٥) فى نظام إحداثى متعامد إرسم المربع ٲ ب حـ ء حيث ٲ = (١ ، ١) ، ب = (٤ ، ٢) ، حـ = (٣ ، ٥) ، ء = (٠ ، ٤) ثم أوجد صورته بالإنتقال :

(س ، ص)⟵(س – ١، ص + ١) ، بالإنتقال ٲ ب فى إتجاه $\overleftarrow{\text{ٲ ب}}$ مبيناً قاعدة هذا الإنتقال

(٦) إرسم المربع ٲ ب حـ ء طول ضلعه ٣ وحدة طول ثم إرسم صورته بالإنتقال ٲ ب فى إتجاه $\overleftarrow{\text{ٲ حـ}}$ ، وإذا وصلت كل نقطة بصورتها فأذكر ما إسم الشكل الناتج ؟

(٧) إرسم $\overline{\text{ٲ ب}}$ ثم عين ب/ صورة ب بدوران حول ٲ بزاوية قياسها ٦٠° ، و إذا كان :

ٲ ب = (٣ س – ١٠) سم ، ٲ/ ب = (س + ٢) سم فأوجد طول $\overline{\text{ٲ ب}}$

(٨) إرسم دائرة طول نصف قطرها ٣ سم ثم إرسم صورتها بالإنعكاس فى المستقيم ل الذى يبعد عن مركزها ٥ سم

(٩) ٲ ب حـ ء معين فيه ٲ = (٢ ، – ٢) ، ب = (– ١ ، – ١) ، ء = (١ ، ١) عين من الرسم إحداثى نقطة حـ ثم أوجد صورة المعين بالإنعكاس فى محور السينات

(١٠) بإستخدام الشبكة التربيعية المتعامدة أوجد صورة الشكل ٲ ب حـ ء بالإنتقال :

(س ، ص)⟵(س + ٣، ص + ١) حيث ٲ = (– ١ ، ٢) ، ب = (– ١ ، – ٣) ، حـ = (– ٣ ، – ٣) ، ء = (– ٣ ، ٢) ، وإذا وصلت كل نقطة بصورتها أذكر إسم الشكل الناتج

(١١) إرسم المربع ٱ ب حـ ء طول ضلعه ٤ سم ثم أوجد صورته :
بالإنتقال ٱ حـ فى إتجاه ٱ حـ ، وكذا صورته بالإنتقال مسافة ٦ سم فى إتجاه ب حـ

(١٢) على شبكة التربيعية المتعامدة إرسم Δ ٱ ب حـ حيث ٱ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ١)
، حـ = (٣ ، ٤) ثم إرسم صورته بالدوران حول نقطة الأصل :
** بزاوية قياسها ٩٠° ** بزاوية قياسها ١٨٠°

(١٣) إرسم Δ ٱ ب حـ المتساوى الأضلاع حيث طول ضلعه ٣ سم ثم أوجد صورته :
** بالدوران حول ٱ بزاوية قياسها ١٨٠° ** بالدوران حول ب بزاوية قياسها ٦٠°

(١٤) ٱ ب حـ ء مستطيل ، هـ ∈ ٱ ء ، أوجد صورة Δ ٱ ب هـ مسافة Δ ٱ ء فى إتجاه ٱ ء
، وإذا كانت النقطة هـ/ صورة النقطة هـ بهذا الإنتقال فبرهن أن الشكل ب حـ هـ/ هـ
متوازى أضلاع

(١٥) إرسم Δ ٱ ب حـ فيه ٱ = (٦ ، ٤) ، ب = (٣ ، ٤) ، حـ = (٦ ، ٧) ثم أوجد ب/
صورة ب بالإنعكاس فى ٱ حـ ، حـ/ صورة حـ بالإنعكاس فى نقطة ٱ ، برهن أن الشكل
حـ/ ب حـ ب/ مربع ، عين الإنتقال الذى يحول حـ/ ب/ إلى حـ ب

(١٦) فى نظام إحداثى متعامد إرسم المربع ٱ ب حـ ء حيث ٱ = (٠ ، ٢) ، ب = (ـ ٥ ، ٠)
، حـ = (ـ ٣ ، ـ ٥) ، ء = (٢ ، ـ ٣) أوجد صورته بالإنعكاس فى محور الصادات
ثم أوجد طول ضلعه ، مساحته

(١٧) فى نظام إحداثى متعامد إرسم المربع ٱ ب حـ ء حيث ٱ = (٢ ، ٣) ، ب = (٢ ، ـ ١)
ثم أوجد صورته بالإنعكاس فى محور الصادات متبوعاً بإنعكاس فى محور السينات ماذا تلاحظ ؟

(١٨) فى نظام إحداثى متعامد إرسم المستطيل ٱ ب حـ ء حيث ٱ = (٢ ، ٢) ، ب = (ـ ٣ ، ٢)
، عرضه يساوى ٣ وحدات طول بالإنعكاس فى محور السينات كم حالة يمكن رسمها ؟

(١٩) إذا كانت حـ (ـ ٣ ، ـ ١) هى صورة ب بالإنعكاس فى محور الصادات ، ٱ هى صورة ب
بالإنعكاس فى محور السينات فأوجد الإنتقال الذى يجعل ٱ صورة حـ

التشابه

تشابه مضلعين :

يقال لمضلعين(لهما نفس العدد من الأضلاع) أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطين الآتيين معا :

(أولاً) قياسات زواياهما المتناظرة متساوية (ثانياً) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

ملاحظة : يستخدم الرمز (∼) للتعبير عن التشابه

ففى الشكل المقابل :

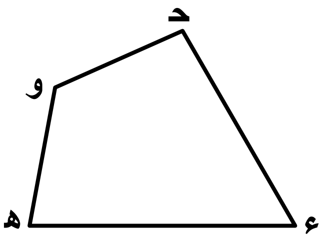
إذا كان : المضلع س ص ع ل ∼ المضلع حـ ء هـ و

فإن : ق (∠ س) = ق (∠ حـ)

، ق (∠ ص) = ق (∠ ء)

، ق (∠ ع) = ق (∠ هـ)

، ق (∠ ل) = ق (∠ و)



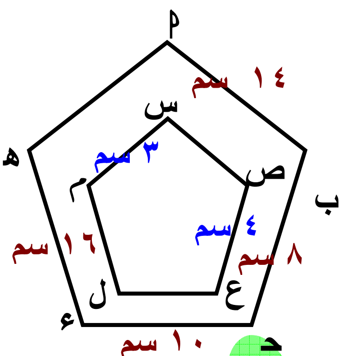
أيضاً : $\frac{\text{س ص}}{\text{حـ ء}} = \frac{\text{ص ل}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ع ل}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ع س}}{\text{و حـ}}$ = مقدار ثابت

تدريب :

في الشكل المقابل : المضلع م ب حـ ء هـ ∼ المضلع س ص ع ل م

بإستخدام الأطوال المبينة أوجد أطوال :

$\overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{ل ع}}$ ، $\overline{\text{ل م}}$ ، $\overline{\text{م هـ}}$



الحل

∵ المضلع م ب حـ ء هـ ∼ المضلع س ص ع ل م

∴ $\frac{\text{م ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}}$ = ... = ... = ...

∴ ..... = $\frac{٨}{٤}$ = ... = ... = ...

∴ س ص = ٠٠٠٠ ، ع ل = ٠٠٠٠

∴ ل م = ٠٠٠٠ ، ٱ هـ = ٠٠٠٠

ملاحظات هامة :

(١) يجب كتابة المضلعين المتشابهين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة

فإذا كان المضلع ٱ ب حـ ء هـ ~ المضلع س ص ع ل م فإن :

الرأس ٱ يناظر الرأس س ، الرأس ب يناظر الرأس ص .... وهكذا

(٢) إذا تشابه مضلعان فإننا نستنتج أن : ** قياسات زواياهما المتناظرة متساوية

** أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

(٣) لكى يتشابه مضلعان يجب توافر الشرطين معاً ولا يكفى توافر أحدهما دون الآخر

(٤) المضلعان المتطابقان متشابهان بينما ليس من الضرورى أن يكون المضلعان المتشابهان متطابقين

(٥) المضلعان المشابهان لثالث متشابهان

(٦) أى مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع يكونان متشابهين

(٧) تسمى النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع بنسبة التكبير أو مقياس الرسم

، وإذا كانت هذه النسبة = ١ فإن المضلعين يتطابقان

تدريب : هل يتشابه المربع والمستطيل ؟ و لماذا ؟

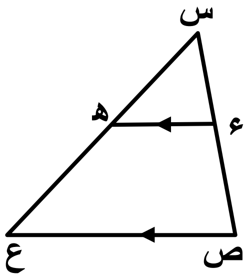
هل يتشابه المربع والمعين ؟ و لماذا ؟

تشـــابـــه المثلثات

يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين :

أولاً : الزوايا المتناظرة متساوية فى القياس

ففى الشكل :



$\because$ ء هـ // ب حـ

$\therefore$ Δ س ص ع ~ Δ س ء هـ

لأن : ∠ س مشتركة بين المثلثين

، ق (∠ ص) = ق (∠ س ء هـ) لماذا ؟

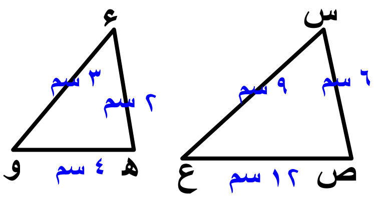
ق (∠ ع) = ق (∠ س هـ ء) لماذا ؟

، ومن تشابه المثلثين نستنتج :

$\frac{\text{س ص}}{\text{س ء}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ع س}}{\text{هـ س}}$

ثانياً : الأضلاع المتناظرة متساوية فى الطول

ففى الشكل :



$\because \frac{\text{س ص}}{\text{ء هـ}} = \frac{٦}{٢} = ٣$ ، $\frac{\text{ص ع}}{\text{هـ و}} = \frac{١٢}{٤} = ٣$ ، $\frac{\text{ع س}}{\text{و ء}} = \frac{٩}{٣} = ٣$

$\therefore$ Δ س ص ع ~ Δ ء هـ و

، ومن تشابه المثلثين نستنتج :

ق (∠ س) = ق (∠ ء)

، ق (∠ ص) = ق (∠ هـ)

، ق (∠ ع) = ق (∠ و)

ملاحظة : يتشابه المثلثان إذا ساوى قياس زاويتين من أحدهما قياس زاويتين من الآخر

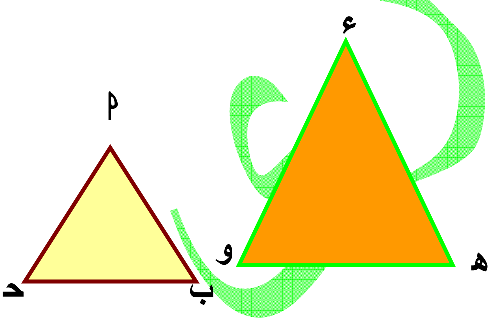
فى الشكل المقابل : إذا كان :

ق (∠ ء) = ق (∠ م)

ق (∠ هـ) = ق (∠ ب)

فإن : ق (∠ و) = ق (∠ حـ) لماذا ؟

، $\frac{\text{م ب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{حـ م}}{\text{و ء}}$



حالات خاصة :

(١) المثلثان المتساويا الأضلاع متشابهان

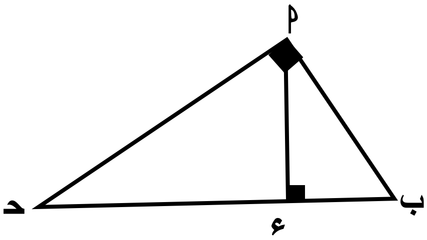
(٢) يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس إحدى الزاويتين الحادتين فى أحدهما قياس إحدى الزاويتين الحادتين فى الآخر

(٣) يتشابه المثلثان المتساويا الساقين إذا ساوى قياس إحدى زاويتى القاعدة فى أحدهما قياس إحدى زاويتى القاعدة فى الآخر

ملحوظة : يجب كتابة المثلثين المتشابهين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة

ملاحظة : إذا رسم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر إنقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلى

ففى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

فإن : Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب أ ~ Δ ء أ حـ

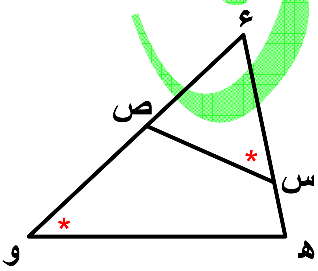
و من ذلك نجد :

$\frac{\text{أ ب}}{\text{ء ب}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{أ ب}}$ ∴ (أ ب)^2 = ء ب × ب حـ

، (أ حـ)^2 = ء حـ × ب حـ

، (أ ء)^2 = ء حـ × ء ب ، ء أ × ب حـ = أ ب × أ حـ

تدريب :



فى الشكل ء هـ و مثلث ، ق (∠ و) = ق (∠ ء س ص)

، ء س = ٥ سم ، ص و = ١٠ سم ، ء ص = ٣ سم

أوجد طول $\overline{\text{س هـ}}$

الحل

∆∆ ء هـ و ، ء ص س فيهما :

ق (∠و) = ق (∠.....) ، ∠ ء .....

∴ ∆ ء هـ و ~ ∆ ..... ∴ $\frac{ء هـ}{ء ص}$ = ... = ...

∴ ء هـ = ... سم ∴ س هـ = ...

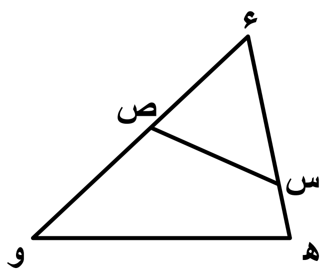
تدريب :

في الشكل إذا كان ء و = ١٢ سم ، ء هـ = ١٠ سم ،

هـ و = ٨ سم ، س هـ = ٤ سم ، ص و = ٧ سم ،

س ص = ٤ سم أثبت أن :

∆ ء هـ و ~ ∆ ء ص س



الحل

∆∆ ء هـ و ، ء ص س فيهما :

، $\frac{ء هـ}{ء ص}$ = ... ، $\frac{هـ و}{ص س}$ = ... ، $\frac{و ء}{س ء}$ = ...

∴ ..... = ... = ...

∴ ∆ ء هـ و ~ ∆ .....

ملاحظة : النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين تساوى النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين

تدريب :

مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ أوجد النسبة بين محيطيهما

الحل

∵ المضلعان متشابهان ، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣

∴ النسبة بين محيطيهما = ...

تمـــارين

(١) أكمل : مثلثان قائما الزاوية قياس زاوية في أحدهما ٤٢ ° وقياس زاوية في الآخر ٤٨° كان المثلثان ٠٠٠٠

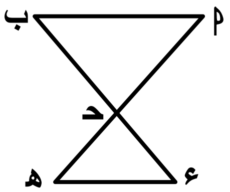
(٢) أكمل : مثلثان متساويا الساقين قياس زاوية رأس أحدهما ٧٠° وقياس زاوية في الآخر ٤٠° فيكون ٠٠٠٠

(٣) أكمل : مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٤ : ٧ تكون النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما = ٠٠٠٠

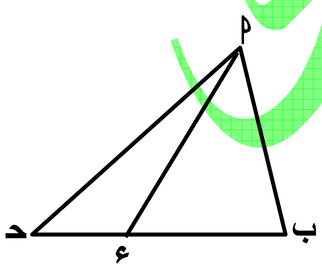
(٤) أكمل : مضلعان متشابهان النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٩ تكون النسبة بين محيطيهما ٠٠٠

(٥) أكمل : مثلثان متشابهين أحدهما منفرج الزاوية قياس إحدى زواياه ٤٠° والمثلث الآخر متساوى الساقين فإن قياس الزاوية المنفرجة = ٠٠٠٠°

(٦) إذا كان : Δ ﻭ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، كان ﻭ ب = ٨ سم ، ء هـ = ٢ سم ، ق (∠ب) = س° ، ق (∠هـ) = (س + ٥٠)° أوجد قيمة س بالدرجات ، نسبة التكبير



(٧) فى الشكل المقابل : ﻭ ب // ء هـ ، ﻭ ب = ١٥ سم ، ء هـ = ٥ سم ، ء حـ = ٤ سم أثبت أن : Δ ﻭ ب حـ ~ Δ هـ ء حـ ثم أوجد محيط ﻭ ب حـ ، نسبة التكبير التى تجعل Δ هـ ء حـ صورة Δ ﻭ ب حـ

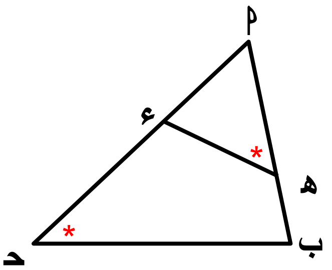


(٨) فى الشكل المقابل : Δ ﻭ ب حـ ~ Δ ء ﻭ حـ ، ق (∠ﻭ ب حـ) = (٢ س + ٢٥)° ، ق (∠ء ﻭ حـ) = (س + ٤٠)° ، ب حـ = ٥ سم ، ء حـ = ٤ سم أوجد قيمة س بالدرجات ، طول ﻭ حـ

(٩) فى الشكل المقابل : ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ حـ)

، أ ء = ٢ سم ، أ هـ = ٣ سم ، ء حـ = ٥ سم

أثبت أن : Δ أ هـ ء ~ Δ أ حـ ب ثم أوجد طول $\overline{\text{ب هـ}}$

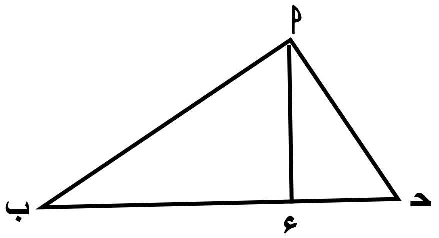


(١٠) فى الشكل المقابل : إذا كان أ ب = ٨ سم

، أ حـ = ٦ سم ، ء حـ = ٣.٦ سم

، كان Δ أ ء ب ~ Δ حـ ء أ

فأوجد طول كل من $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$

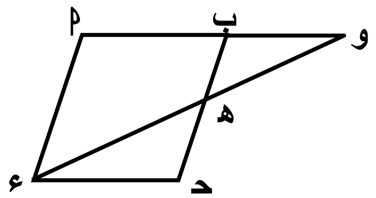


(١١) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء متوازى أضلاع

و ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{و ء}}$ ∩ $\overline{\text{ب حـ}}$ = { هـ }

فإذا كان : أ ب = ب هـ = ١٢ سم ، هـ حـ = ٨ سم

أثبت أن Δ ء هـ حـ ~ Δ و هـ ب ثم أوجد طول $\overline{\text{ب و}}$

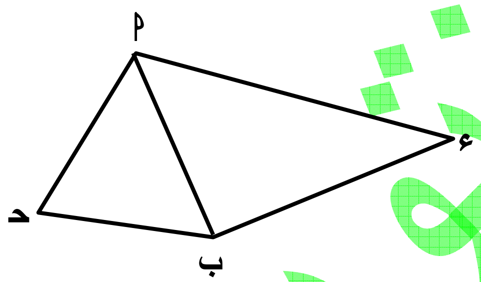


(١٢) فى الشكل المقابل :

أ ب = ١٠ سم ، أ حـ = ٥ سم

، ب حـ = ٢٥ سم ، أ ء = ٢٤ سم

أثبت أن Δ أ ب حـ ~ Δ ب ء أ ، $\overline{\text{ب ء}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

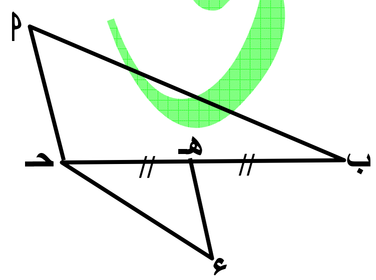


(١٣) فى الشكل المقابل :

أ ب = ١٤ سم ، أ حـ = ٦ سم ، ب هـ = هـ حـ = ٥ سم

، ء حـ = ٧ سم ، ء هـ = ٣ سم

أثبت أن $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{ء هـ}}$



المساحات

تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

نعلم أن :

** متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

** خواص متوازى الأضلاع :

(١) كل ضلعين متقابلين متساويين فى الطول

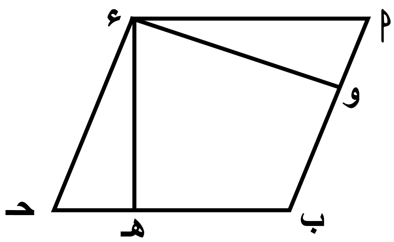
(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتين فى القياس

(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر

** المعين والمستطيل والمربع هى حالات خاصة من متوازى الأضلاع

** البعد بين كل مستقيمين متوازيين ثابت ..... إرسم مثال لذلك ، أذكر أمثلة من بيئتك

إرتفاع متوازى الأضلاع :



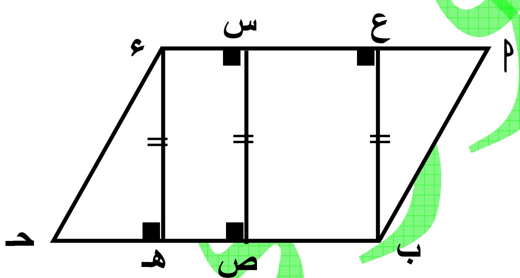
فى الشكل المقابل م ب حـ ء متوازى أضلاع

إذا كانت حـ ب قاعدة له ، وكان ء هـ ⊥ حـ ب

فيكون طول ء هـ هو الإرتفاع المناظر للقاعدة حـ ب

بالمثل طول ء و هو الإرتفاع المناظر للقاعدة م ب

ملاحظة :



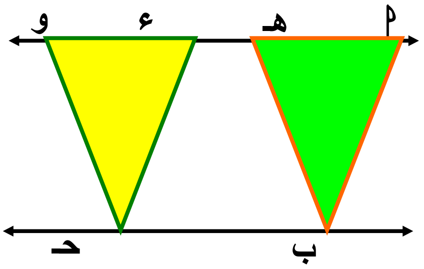
إرتفاع متوازى الأضلاع المناظر للقاعدة حـ ب

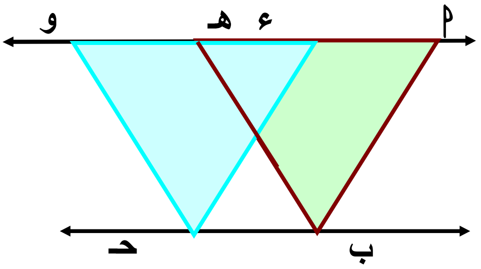
يكون مساوياً للإرتفاع المناظر للقاعدة م ء

حيث : ء هـ = س ص = ع ب

نظرية (١) :

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة





المعطيات : أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

، $\overline{\text{حـ ب}}$ قاعدة مشتركة لهما ، $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$

المطلوب : إثبات أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و

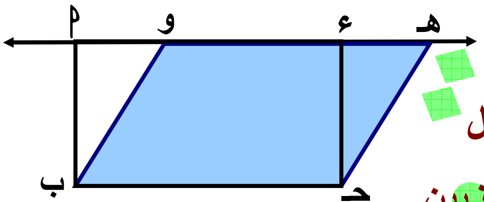
البرهان : ∵ ∆ ء حـ و صورة ∆ أ ب هـ بإنتقال مسافة ب حـ فى إتجاه $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$

∴ ∆ ء حـ و ≡ ∆ أ ب هـ

" لأن الإنتقال تساوى قياسى "

∴ مساحة الشكل أ ب حـ و – مساحة ∆ ء حـ و = مساحة الشكل أ ب حـ و – مساحة ∆ أ ب هـ

∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و

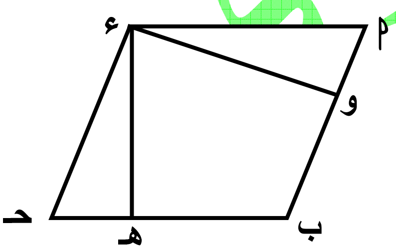


نتيجة (١) :

مساحة سطح متوازى الأضلاع تساوى مساحة سطح المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة

ففى الشكل المقابل : مساحة المستطيل أ ب حـ ء = مساحة ▱ و ب حـ هـ لماذا ؟؟؟

نتيجة (٢) : مساحة سطح متوازى الأضلاع = طول قاعدته × إرتفاعه



تدريب : فى الشكل المقابل أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$ ، ء هـ = ١٠ سم

، ء و = ٨ سم ، ب حـ = ١٢ سم

أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع أ ب حـ ء ثم أحسب طول $\overline{\text{أ ب}}$

الحل

بإعتبار حـ ب قاعدة لمتوازى الأضلاع فيكون طول ٠٠٠٠ الإرتفاع

∴ مساحة متوازى الأضلاع = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ سم^{٢}

، بإعتبار ٠٠٠٠ قاعدة لمتوازى الأضلاع فيكون طول ٠٠٠٠ الإرتفاع

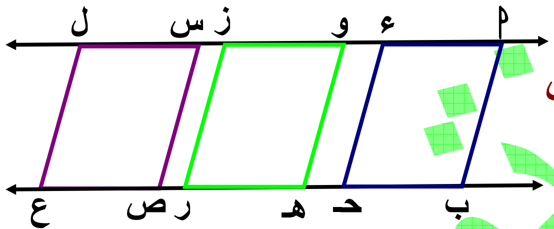
∴ مساحة متوازى الأضلاع = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠

∴ ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ ∴ ا ب = ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ سم

تدريب : إكمل الجدول التالى :

مساحة متوازى الأضلاع ا ب حـ ء	طول القاعدة حـ ب	طول إرتفاع المناظر للقاعدة حـ ب	طول القاعدة ا ب	طول إرتفاع المناظر للقاعدة ا ب
	٥ سم	٦ سم	٣ سم	
٦٠ سم^{٢}	١٠ سم			١٢ سم
		٣٠ سم	٨ سم	١٥ سم
	١٨ سم	٨ سم		٩ سم

نتيجة (٣) : متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية

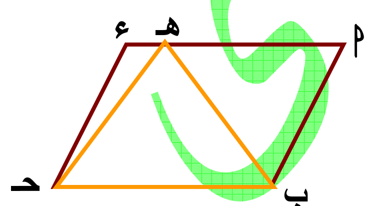


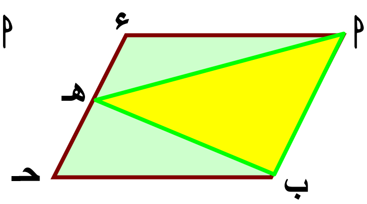
ففى الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ا ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ع}}$

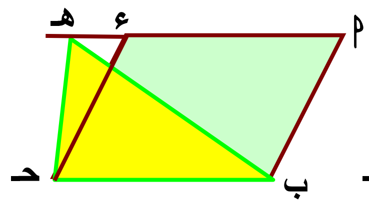
، ب حـ = هـ ر = ص ع فإن :

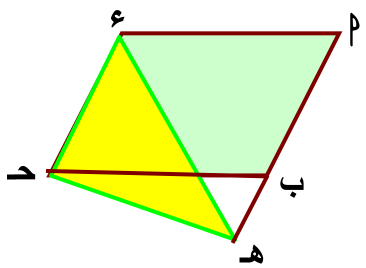
مساحة ▱ ا ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ر ز و = مساحة ▱ س ص ع ل

نتيجة (٤) : مساحة سطح المثلث تساوى نصف مساحة سطح متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة المشتركة



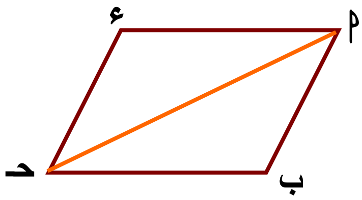






أحمد الشنتوري

a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com



ملاحظة : قطر متوازى الأضلاع يقسم سطحه إلى مثلثين متطابقين " متساويين فى المساحة "

تدريب :

فى الأشكال السابقة : إذا كانت مساحة ▱ م ب حـ ء = ٣٦ سم^{٢} أوجد مساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة المشترك

نتيجة (٥) : مساحة سطح المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول قاعدته × إرتفاعه

تدريب (١) :

(١) المثلث الذى طول قاعدته = ١٤ سم ، إرتفاعه = ٥ سم

تكون مساحة سطحه = ٠٠٠٠٠ سم^{٢}

(٢) المثلث الذى مساحة سطحه = ٣٠ سم^{٢} ، إرتفاعه = ٦ سم

تكون طول قاعدته = ٠٠٠٠ سم

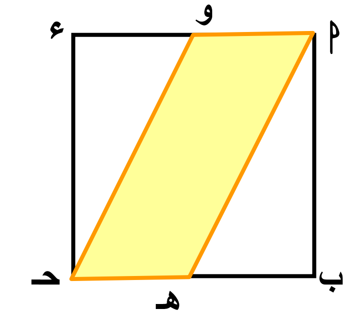
(٣) المثلث الذى مساحة سطحه = ١٠ سم^{٢} ، طول قاعدته = ٥ سم

يكون إرتفاعه = ٠٠٠٠ سم

تدريب (٢) : إكمل الجدول الآتى :

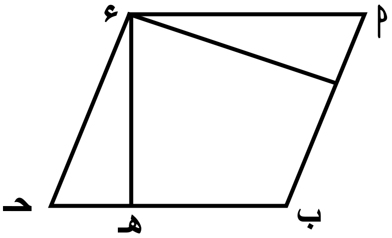
طول قاعدة المثلث	إرتفاع المثلث	مساحة سطح المثلث
١٢ سم	١٠ سم	
٩ سم	١٦ سم	
	٨ سم	١٢٠ سم^{٢}
	٥ م	١٢ م^{٢}
٢٠ سم		٦٠ سم^{٢}
١٤ سم		٧٠ سم^{٢}

تمـــارين



(١) فى الشكل المقابل : م ب حـ ء مربع طول ضلعه ١٢ سم

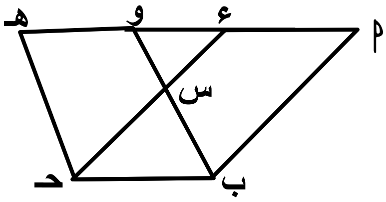
، و منتصف م ء أوجد مساحة سطح ▱ م و حـ هـ



(٢) فى الشكل المقابل : م ب حـ ء متوازى أضلاع ، ء هـ ⊥ حـ ب

ء و ⊥ م حـ ، ب حـ = ١٦ سم ، ء حـ = ١٠ سم

، ء هـ = ٥ سم أحسب طول ء و

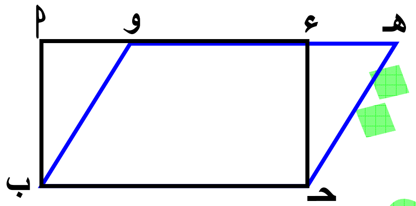


(٣) فى الشكل المقابل : م ب حـ ء ، و ب حـ هـ متوازيا أضلاع

أثبت أن :

* مساحة الشكل م ب س ء = مساحة الشكل هـ حـ س و

* مساحة △ م ب و = مساحة △ ء حـ هـ

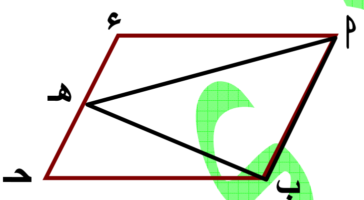


(٤) فى الشكل المقابل : و ب حـ هـ متوازى أضلاع مساحته

٦٠ سم٢ ، حـ ء ⊥ حـ ب ، ب م ⊥ هـ و يقطعه فى م

، م ب = ٥ سم ، ق (∠ هـ) = ٣٠° أوجد :

مساحة المستطيل م ب حـ ء ، محيط متوازى الأضلاع و ب حـ هـ



(٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت مساحة سطح △ م ء هـ = ١٥ سم٢

، مساحة سطح △ ب هـ حـ = ١٢ سم٢ أحسب :

مساحة سطح كل من : △ م ب هـ ، متوازى الأضلاع م ب حـ ء

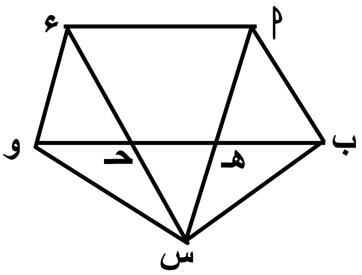
(٦) على الشبكة التربيعية المتعامدة :

إرسم المثلث م ب حـ حيث م = (٥ ، ٤) ، ب = (٥ ، ١) ، حـ = (١ ، ٢)

ثم أوجد مساحة سطح المثلث م ب حـ

a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com
أحمد الشنتوري

(٧) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overleftarrow{\text{أ هـ}} \cap \overleftarrow{\text{ء حـ}} = \{\text{س}\}$ أثبت أن :

مساحة سطح △ أ ب س = مساحة سطح △ ء و س

(٨) أ ب حـ ء مربع فيه هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ فإذا كان محيط المربع أ ب حـ ء = ٤٨ سم

أوجد مساحة سطح △ أ هـ حـ

(٩) أ ب حـ ء مربع فيه س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاعه $\overline{\text{ء أ}}$ ، $\overline{\text{ب أ}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ على الترتيب فإذا كان مساحة سطح المربع أ ب حـ ء = ١٩٦ سم^2 أوجد مساحة سطح المربع س ص ع ل

(١٠) أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحة سطحه ١٠٠ سم^2 ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ يقطع $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ فى م أوجد مساحة سطح △ أ م ء

(١١) أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، هـ $\in \overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، هـ $\notin \overline{\text{أ ب}}$

أوجد مساحة سطح △ هـ حـ ء

(١٢) أ ب حـ مثلث فيه ب حـ = ١٠ سم ، ق (∠ ب) = ٣٠° ، رسم $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ يقطعه فى ء أوجد مساحة سطح △ أ ب حـ ، إذا رسم $\overline{\text{حـ هـ}} \perp \overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يقطعه فى هـ أوجد طول $\overline{\text{حـ هـ}}$

(١٣) أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٨ سم ، س ، ص منتصفى $\overline{\text{ب أ}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ على الترتيب أوجد مساحة سطح المنطقة س ب حـ ء ص

(١٤) أوجد مساحة قطعة أرض مربعة الشكل محيطها ٦٤ متر

(١٥) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه س $\in \overleftarrow{\text{حـ ب}}$ أثبت أن :

مساحة سطح △ أ س ء = مساحة سطح △ أ حـ ء ،

مساحة سطح △ أ س حـ = مساحة سطح الشكل أ ب س ء

، و إذا كان : $\overline{\text{أ حـ}} \cap \overline{\text{ء س}} = \{\text{م}\}$ أثبت أن :

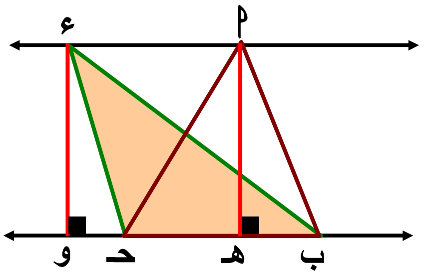
مساحة سطح △ أ س م = مساحة سطح △ ء حـ م

a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

تساوى مساحتى مثلثين

نظرية (٢) :

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة و رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويان فى المساحة



المعطيات : ب حـ // ؠ و ، Δ Δ ؠ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان القاعدة حـ ب

المطلوب : إثبات أن : مساحة Δ ؠ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

العمـــل : نرسم ؠ هـ ⊥ ب حـ ، ء و ⊥ ب حـ

البرهان : ∵ ب حـ // ؠ و ، ؠ هـ ⊥ ب حـ ، ء و ⊥ ب حـ

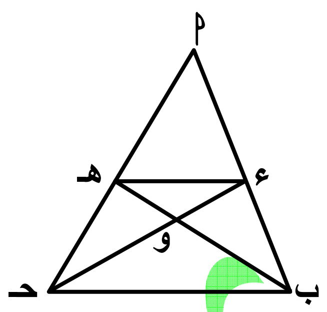
∴ ؠ هـ و ء مستطيل ، ؠ هـ = ء و

، ∵ مساحة Δ ؠ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × ؠ هـ (١)

، مساحة Δ ء ب حـ = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × ء و = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × ؠ هـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : مساحة Δ ؠ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

تدريب : فى الشكل المقابل إذا كان ء هـ // ب حـ **أكمل :**



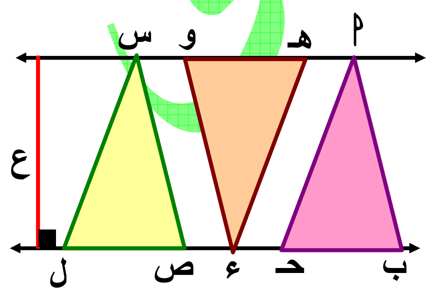
مساحة Δ ء ب حـ = ...

بإضافة مساحة Δ ؠ ء هـ ينتج :

مساحة Δ ؠ ب هـ = ...

نتيجة (١) :

المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة

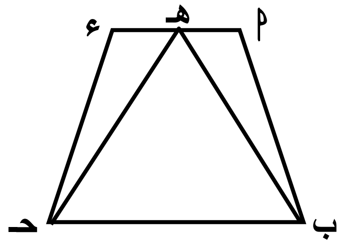


ففى الشكل المقابل : ب حـ // ؠ و ، ب حـ = هـ و = ص ل

مساحة Δ ؠ ب حـ = مساحة Δ هـ و ء

= مساحة Δ س ص ل = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × ع

تدريب : فى الشكل المقابل إذا كان $\overline{\text{م ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{م ء}}$



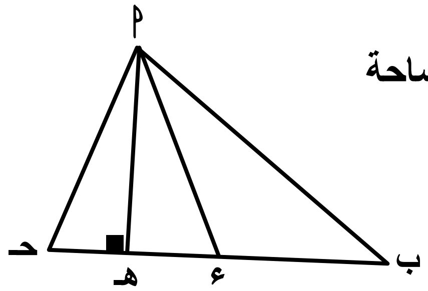
أكمل : مساحة Δ م ب هـ = ٠٠٠٠٠

بإضافة مساحة Δ هـ ب حـ ينتج :

مساحة Δ م ب هـ + مساحة Δ هـ ب حـ = ٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠٠

مساحة سطح الشكل م ب حـ هـ = ٠٠٠٠٠

نتيجة (٢) :



متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين متساويين فى المساحة

ففى الشكل المقابل : $\overline{\text{م ء}}$ متوسط فى Δ م ب حـ

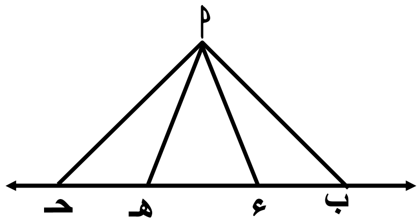
$\therefore$ مساحة Δ م ب ء = مساحة Δ م حـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ م ب حـ

= $\frac{1}{2}$ × ب ء × م هـ

تدريب : Δ م ب حـ فيه $\overline{\text{م ء}}$ متوسط فإذا كانت مساحة Δ م ب حـ = ٣٠ سم^2 أكمل :

$\because$ $\overline{\text{م ء}}$ متوسط فى Δ م ب حـ $\therefore$ مساحة Δ م ب ء = ٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠

نتيجة (٣) :



المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول و على مستقيم واحد و مشتركة فى الرأس تكون متساوية فى المساحة

ففى الشكل المقابل : $\because$ ب ء = ء هـ = هـ حـ

$\therefore$ مساحة Δ م ب ء = مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ م هـ حـ

تدريب : فى الشكل السابق :

إذا كان Δ م ب حـ = ٤٥ سم^2 أكمل :

$\because$ ب ء = ء هـ = هـ حـ

$\therefore$ مساحة Δ م ب ء = ٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠ $\therefore$ مساحة Δ م ب حـ

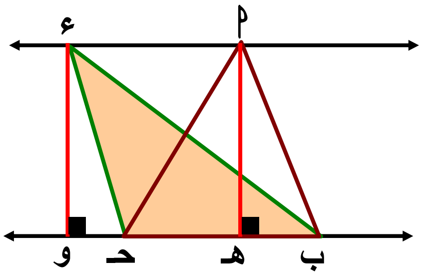
= ٠٠٠٠٠ سم^2

أحمد الشنتوري

a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

نظرية (٣) :

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما و المرسومان على قاعدة واحدة و فى جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة



المعطيات : مساحة Δ م ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

، $\overline{\text{حـ ب}}$ قاعدة مشتركة للمثلثين

المطلوب : إثبات أن : $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{م و}}$

العمـــل : نرسم $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

البرهان : ∵ مساحة Δ م ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

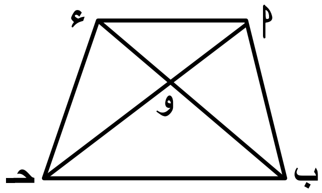
∴ $\frac{1}{2}$ × ب حـ × م هـ = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × ء و

، ∵ $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ∴ $\overline{\text{م هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$

∴ الشكل م هـ و ء مستطيل وينتج أن : $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{م و}}$

من (١) ، (٢) ينتج : مساحة Δ م ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

تدريب : فى الشكل المقابل إذا كان مساحة Δ م ب و = مساحة Δ ء حـ و



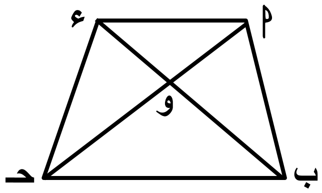
أكمل : بإضافة مساحة Δ ب حـ و ينتج :

مساحة Δ ء حـ ب = ٠٠٠٠

وهما مشتركان فى القاعدة ٠٠٠٠ وفى ٠٠٠٠

∴ $\overline{\text{م ء}}$ // ٠٠٠٠

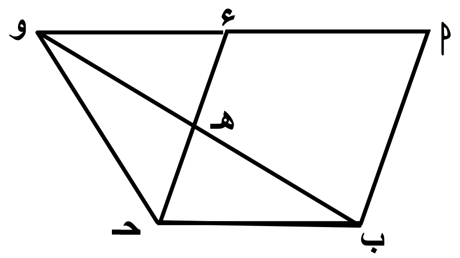
تمـــارين



(١) فى الشكل المقابل : $\overline{\text{م ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، و مساحة سطح Δ م ب و = ٣٠ سم^2

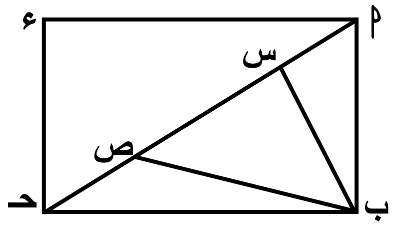
أوجد مساحة سطح Δ ء حـ و



(٢) فى الشكل المقابل : ٱ ب حـ ء متوازى أضلاع ، و ∋ ٱ ء

، هـ منتصف ب و ، مساحة سطح ∆ هـ حـ و = ١٥ سم٢

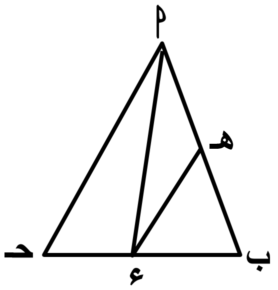
أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع ٱ ب حـ ء



(٣) فى الشكل المقابل : ٱ ب حـ ء مستطيل ، ٱ س = حـ ص

، س ص = $\frac{١}{٢}$ ٱ حـ أثبت أن :

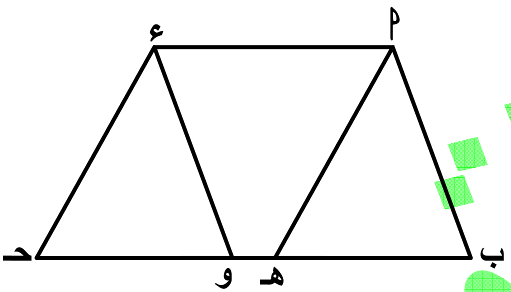
مساحة سطح ∆ ب س ص = $\frac{١}{٤}$ مساحة سطح المستطيل ٱ ب حـ ء



(٤) فى الشكل المقابل : ٱ ء متوسط فى ∆ ٱ ب حـ ، هـ منصف ٱ ب

أثبت أن : مساحة سطح ∆ ٱ ء هـ = $\frac{١}{٤}$ مساحة سطح ∆ ٱ ب حـ

، مساحة سطح ∆ ب هـ ء = $\frac{١}{٣}$ مساحة سطح الشكل ٱ هـ ء حـ



(٥) فى الشكل المقابل : هـ ، و ∋ ب حـ حيث

ب هـ = حـ و ، ٱ ء // ب حـ أثبت أن :

مساحة الشكل ٱ ب و ء = مساحة الشكل ٱ هـ حـ ء

(٦) ∆ ٱ ب حـ فيه ء منتصف ب حـ ، هـ منتصف ٱ حـ ، و نقطة تلاقى متوسطات ∆ ٱ ب حـ

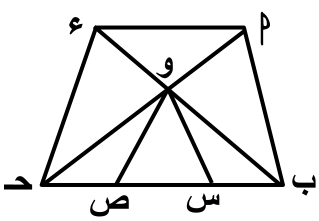
فإذا كانت مساحة ∆ ٱ ب حـ = ٦٠ سم٢ أوجد : مساحة ∆ ٱ ب هـ ، مساحة ∆ ب و حـ

، مساحة ∆ ب و ء

(٧) ٱ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى و ، هـ منتصف ٱ و أثبت أن :

** مساحة سطح ∆ ٱ ب هـ = مساحة سطح ∆ ٱ ء هـ

** مساحة سطح ∆ ب هـ حـ = مساحة سطح ∆ ء هـ حـ

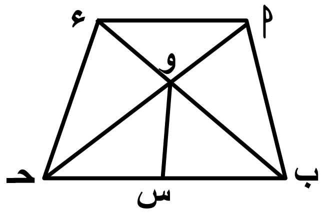


(٨) فى الشكل المقابل : ٱ ء // ب حـ ، ب س = حـ ص أثبت أن :

* مساحة سطح ∆ ٱ ب و = مساحة سطح ∆ ء حـ و

* مساحة سطح الشكل ٱ ب س و = مساحة سطح الشكل ء حـ ص و

(٩) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء شكل رباعى فيه

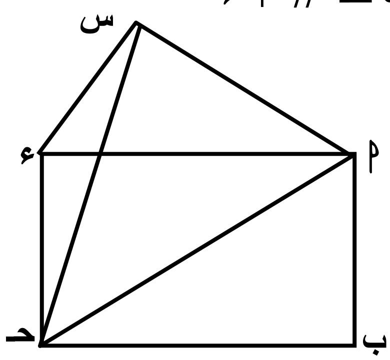


س منتصف ب حـ ، ب ء ∩ أ حـ = { و } فإذا كانت

مساحة سطح الشكل أ ب س و = مساحة سطح الشكل ء حـ ص و

أثبت أن : مساحة سطح △ أ ب و = مساحة سطح △ ء حـ و ، ب حـ // أ ء

(١٠) فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء مستطيل فيه



ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ٩ سم ،

مساحة سطح △ أ س حـ = ٥٤ سم٢

أثبت أن : س ء // أ حـ

(١١) △ أ ب حـ فيه س منتصف ب حـ ، ء ∈ أ ب ، هـ ∈ أ حـ ،

مساحة سطح △ س ب ء = مساحة سطح △ س حـ هـ أثبت أن : ** ء هـ // ب حـ

** مساحة سطح △ أ هـ ب = مساحة سطح △ أ ء حـ

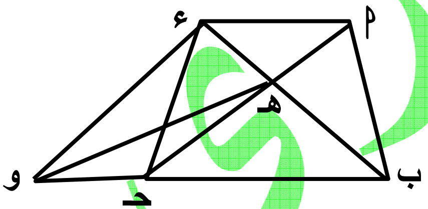
** مساحة سطح الشكل أ ب س هـ = مساحة سطح الشكل أ ء س حـ

(١٢) △ أ ب حـ فيه ء ∈ أ ب ، هـ ∈ أ حـ بحيث ب هـ ∩ ء حـ = { س } ،

مساحة سطح △ أ هـ ب = مساحة سطح △ أ ء حـ أثبت أن : ** ء هـ // ب حـ

** مساحة سطح △ ء ب س = مساحة سطح △ هـ حـ س

(١٣) فى الشكل المقابل : أ ء // ب حـ ،



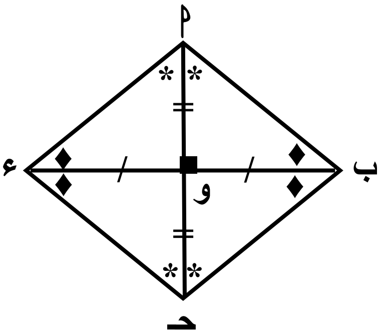
أ حـ ∩ ب ء = {هـ} ،

فإذا كانت مساحة سطح △ أ هـ ب = مساحة سطح △ و حـ هـ

اثبت أن : مساحة سطح △ أ هـ ب = مساحة سطح △ ء حـ هـ

ثم اثبت أن : و ء // حـ هـ

مساحة المعين



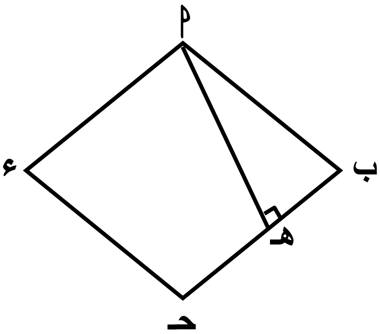
نعلم أن :

** المعين هو متوازى أضلاع أضلاعه متساوية فى الطول

** قطرا المعين ينصف كل منهما الآخر ومتعامدان

** قطرا المعين كل منهما ينصف زاويتى الرأس الواصل بينهما

أولاً : مساحة المعين إذا علم طول ضلعه ، إرتفاعه



مساحة المعين = طول ضلعه × إرتفاعه

فى الشكل المقابل :

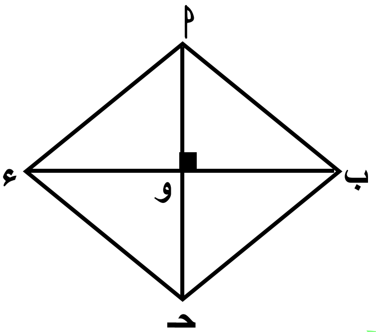
مساحة سطح المعين أ ب حـ ء = ب حـ × أ هـ

تدريب :

معين طول ضلعه ٥ سم ، إرتفاعه = ٤ سم

مساحة سطح المعين = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ سم^{٢}

أولاً : مساحة المعين إذا علم طولا قطريه



مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا قطريه

تدريب :

معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم

مساحة سطح المعين = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ سم^{٢}

نعلم أن :

المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول " أو إحدى زواياه قائمة "

أولاً : مساحة المربع إذا علم طول ضلعه

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

ثانياً : مساحة المربع إذا علم طول قطره

مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

تدريب :

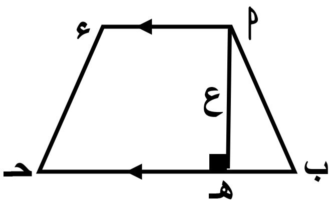
أيهما أكبر فى المساحة مربع طول قطره ١٢ سم أم مربع طول ضلعه ١٠ سم

مساحة المربع الأول =

مساحة المربع الثانى =

∴

شبه المنحرف



شبه المنحرف هو :

شكل رباعى فيه ضلعان متوازيان " هما قاعدتيه "

و يسمى كل من الضلعين غير المتوازيين " ساقاً "

فى الشكل المقابل : م ء ، ب حـ قاعدتا شبه المنحرف م ب حـ ء

م ب ، ء حـ ساقا شبه المنحرف م ب حـ ء

، طول م هـ إرتفاع شبه المنحرف م ب حـ ء " ع "

ملاحظات : ** شبه المنحرف له إرتفاع واحد

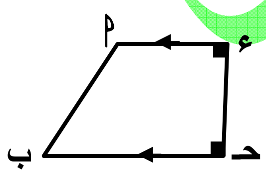
**** قطر شبه المنحرف يقسمه إلى مثلثين غير متساويين فى المساحة لماذا ؟**

شبه المنحرف المتساوى الساقين :

هو شبه منحرف تطابقا ساقيه " تساويا فى الطول " وفيه :

- زاويتا كل من قاعدتيه متساويتان فى القياس
- قطراه متساويان فى الطول
- له محور تماثل واحد فقط

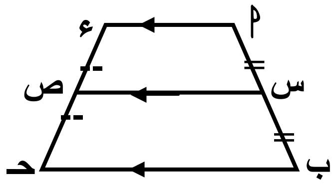
شبه المنحرف القائم الزاوية :



هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين

فى الشكل المقابل : ء حـ ⊥ كل من ب حـ ، م ب

أى أن : إرتفاع شبه المنحرف م ب حـ ء هو طول ء حـ



القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف :

هى القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ساقى شبه المنحرف

فى الشكل المقابل :

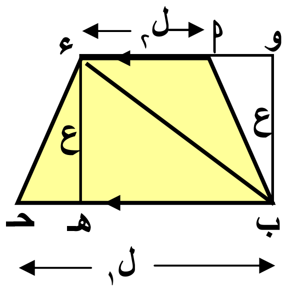
س ، ص منتصفى $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{ء حـ}}$ على الترتيب

فتكون $\overline{\text{س ص}}$ هى القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف م ب حـ ء

ملاحظات : $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{م ء}}$ ، طول $\overline{\text{س ص}}$ = $\frac{1}{2}$ (م ء + ب حـ)

تدريب : شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ١٤ سم

طول قاعدته المتوسطة = ...



مساحة لشبه المنحرف :

مساحة شبه المنحرف م ب حـ ء =

مساحة Δ م ب ء + مساحة Δ ب حـ ء =

$\frac{1}{2}$ × م ء × ب و + $\frac{1}{2}$ × ب حـ × ء هـ = $\frac{1}{2}$ ل١ × ع + ل٢ × ع =

$\frac{1}{2}$ (ل١ + ل٢) × ع

مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين × الإرتفاع

= طول القاعدة المتوسطة × الإرتفاع

تدريب : شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ١٤ سم ، إرتفاعه ٥ سم

مساحة شبه المنحرف = ...

تدريب : شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٦ سم ، مساحته ٦٠ سم^2

مساحة شبه المنحرف = ...

تدريب :

إكمل الجدول الآتى : " محيط ومساحة سطح بعض المضلعات "

إسم المضلع	الشكل الهندسى للمضلع	المحيط	مساحة السطح
المربع			
المستطيل			
متوازى الأضلاع			
المعين			
شبه المنحرف			
المثلث			

تمـــارين

(١) أوجد مساحة سطح معين طولا قطريه ١٥ سم ، ١٢ سم

(٢) أوجد طول القاعدة المتوسطة لشبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ١٥ سم

(٣) أوجد مساحة سطح معين محيطه ٤٠ سم ، و إرتفاعه ٧ سم

(٤) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٢ سم ، طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٩ سم
أوجد طول القاعدة الأخرى

(٥) أوجد مساحة شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ١٣ سم و إرتفاعه ٥ سم

(٦) معين طولا قطريه ١٦ سم ، ١٢ سم ، وطول ضلعه ١٠ سم أوجد إرتفاعه

(٧) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٩ سم ، مساحة سطحه ٦٣ سم^2 أوجد إرتفاعه

(٨) شبه منحرف إرتفاعه ١٠ سم ، مساحة سطحه ١٥٠ سم^2 أوجد طول قاعدته المتوسطة

(٩) مربع مساحته ٤٩ سم^2 أوجد محيطه

(١٠) إذا كانت مساحة مربع طول قطره ١٠ سم تساوى مساحة شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم أوجد إرتفاع شبه المنحرف

(١١) إذا كانت مساحة مربع طول قطره ١٠ سم تساوى مساحة مستطيل أحد بعديه ١٠ سم
أوجد محيط المستطيل

(١٢) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ضعف طول قاعدته الصغرى و إرتفاعه يساوى طول قاعدته الكبرى فإذا كانت مساحته ٥٤ سم^2 أوجد طول قاعدته الصغرى و إرتفاعه

(١٣) قطعة أرض على شكل شبه منحرف مساحته ٣٤٣ سم^2 و إرتفاعه ٧ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٣ : ٤ أوجد طول قاعدته المتوسطة

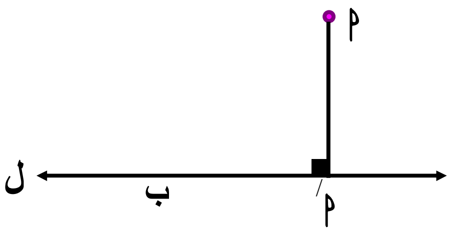
(١٤) أوجد مساحة معين محيطه ٢٨ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° وطول أحد قطريه ١٢ سم

(١٥) رتب تنازلياً من حيث مساحة السطح : مربع طول قطره ٨ سم ، معين طول ضلعه ٥ سم ، إرتفاعه ٦ سم ، شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = إرتفاعه = ٦ سم

المساقط

مسقط نقطة على مستقيم :

هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم

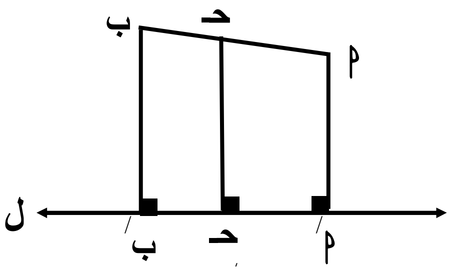


فى الشكل المقابل : إذا كانت : أ ∉ ل ، ب ∈ ل

، رسم أ أ/ ⊥ ل حيث أ/ ∈ ل فإن : النقطة أ/ وهى " موقع العمود المرسوم من النقطة أ على المستقيم ل " تسمى بالمسقط العمودى للنقطة أ على المستقيم ل

، أما مسقط النقطة ب ∈ ل فهو نفس النقطة ب

مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم :



لإيجاد مسقط أ ب على المستقيم ل نرسم :

أ/ مسقط أ على المستقيم ل ، ب/ مسقط ب على المستقيم ل

فتكون : أ/ ب/ هى مسقط أ ب على المستقيم ل

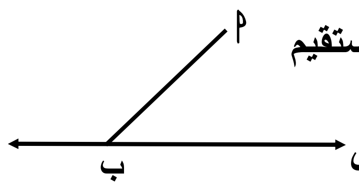
، إذا كانت حـ ∈ أ ب فإن مسقطها على المستقيم ل هو حـ/ ∈ أ/ ب/

ملاحظة :

طول مسقط أى قطعة مستقيمة على مستقيم يكون مساوياً أو أصغر من القطعة المستقيمة نفسها

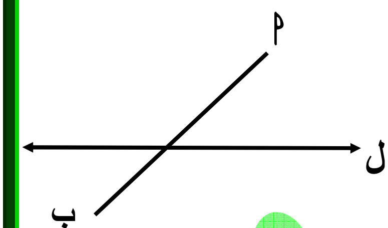
تدريب : أوجد مسقط القطع المستقيمة فى كل شكل وأذكر ماذا تستنج :

مسقط أ ب على المستقيم ل هو ....



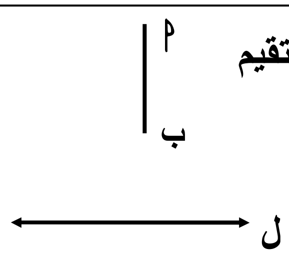
طول مسقط ....

مسقط أ ب على المستقيم ل هو ....



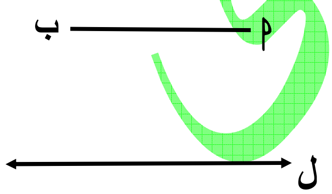
طول مسقط أ ب .....

مسقط أ بعلى المستقيم ل هو ....



طول مسقط أ ب ....

مسقط أ ب على المستقيم ل هو ....

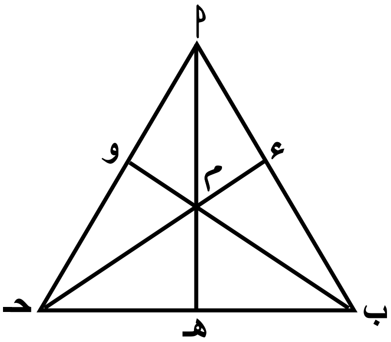


طول مسقط أ ب ....

ما إسم الشكل المكون من القطعة المستقيمة ومسقطها على المستقيم ل ؟

تدريب : فى الشكل المقابل Δ أ ب حـ فيه $\overline{\text{ب و}}$ $\perp$ $\overline{\text{أ حـ}}$

$\overline{\text{أ هـ}}$ $\perp$ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{أ ب}}$ أكمل ما يأتى :



(١) مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ هو ....

(٢) مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

(٣) مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

(٤) مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

(٥) مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

(٦) مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

(٧) مسقط $\overline{\text{م ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

(٨) مسقط $\overline{\text{م حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ هو ....

(٩) مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ هو ....

(١٠) مسقط $\overline{\text{م ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

(١١) مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$ هو ....

مسقط شعاع على مستقيم :

تدريب :

أرسم أشكال مختلفة توضح مسقط شعاع على مستقيم

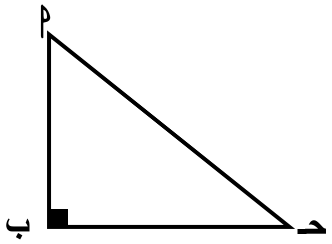
مسقط مستقيم على مستقيم آخر :

تدريب :

أرسم أشكال مختلفة توضح مسقط مستقيم على مستقيم آخر

أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

عكس نظرية فيثاغورس



نعلم أن :" نظرية فيثاغورس " فى المثلث القائم الزاوية مساحة سطح المربع المنشأ على الوتر يساوى مجموع مساحتى المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين

فى الشكل المقابل : ∆ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

(أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

، منها : (أ ب)^{٢} = (أ حـ)^{٢} − (ب حـ)^{٢} ، (ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢} − (أ ب)^{٢}

عكس نظرية فيثاغورس :

إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين من أضلاع مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة

أى أن : فى ∆ أ ب حـ إذا كان : (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

فإن : ق (∠ب) = ٩٠°

نتيجة : فى ∆ أ ب حـ إذا كان : $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً

و كان (أ حـ)^{٢} ≠ (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} فإن : ∆ أ ب حـ لا يكون قائم الزاوية

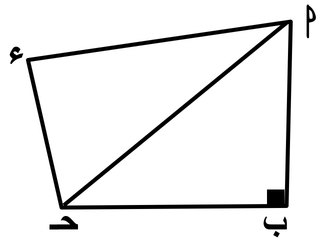
تدريب : أكمل الجدول الآتى حيث ∆ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

أ ب	٣	٦	٩		١٥	٥	١٠		٧	٩	١١
ب حـ	٤	٨		١٥		١٢		٨		٤٠	
أ حـ	٥		١٥	٢٠	٢٥		٢٦	١٧	٢٥		٦١

تدريب : بين هل ∆ أ ب حـ قائم الزاوية أم لا فى الجدول الآتى :

أ ب	٦	٩	١٤	١٥	١٠	١٤	٧	٣	٥	٩	١١
ب حـ	٨	١٠	١٥	٢٠	٢٤	٨	٢٠	٤	١٢	٤٠	٦٠
أ حـ	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٢٦	١٧	٢٥	٥	١٣	٤٤	٦١
∆ أ ب حـ											

تدريب : فى الشكل المقابل



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه ق (∠ ب) = ٩٠°

، أ ب = ١٥ سم ، ب حـ = ٢٠ سم ، جـ ء = ٧ سم

، أ ء = ٢٤ سم أوجد طول $\overline{\text{أ حـ}}$ ثم أثبت أن ق (∠ ء) = ٩٠°

، أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء

الحل

فى Δ أ ب حـ ∵ ق (∠ ب) = ٩٠° ∴ (أ حـ)٢ = ٠٠٠٠

∴ أ حـ = ٠٠٠٠

فى Δ أ ب حـ ∵ (أ حـ)٢ = ٠٠٠٠ ، (أ ء)٢ = ٠٠٠٠ ، (حـ ء)٢ = ٠٠٠٠

∴ (أ حـ)٢ = ٠٠٠٠ ∴ ٠٠٠٠

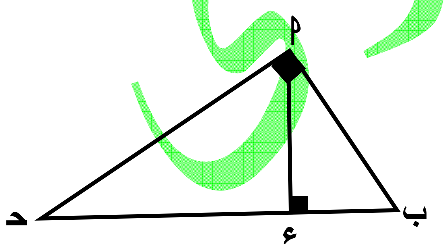
مساحة الشكل أ ب حـ ء = مساحة Δ أ ب حـ + ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

= ٠٠٠٠

نظرية إقليدس

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية يساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر

ففى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

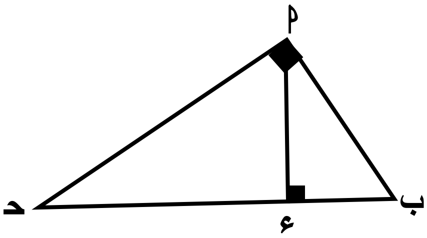
فإن : ∴ (أب)٢ = ء ب × ب حـ

، (أحـ)٢ = ء حـ × حـ ب

، (أء)٢ = ء حـ × ء ب

، ء أ × ب حـ = أ ب × أ حـ لماذا ؟

تدريب :



فى الشكل المقابل : إذا كان :

∆ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

، ب ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم فإن :

(أ ب)^{٢} = ... × .... = ... ∴ أ ب = ...

، (أ حـ)^{٢} = ... × .... = ... ∴ أ حـ = ...

، (أ ء)^{٢} = ... × .... = ... ∴ أ ء = ...

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه

نعلم أن : فى أى مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل وهما تقابلان أصغر ضلعين فى المثلث طولاً

لتحديد نوع أكبر زاوية فى المثلث " نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه " إذا علمت أطوال أضلاعه الثلاثة نقارن بين مربع طول الضلع الأكبر فيه ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين

(١) إذا كان : (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

مربع طول الضلع الأكبر = مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين

كانت $\angle$ ب قائمة " المثلث قائم الزاوية فى ب "

(٢) إذا كان : (أ حـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

مربع طول الضلع الأكبر > مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين

كانت $\angle$ ب منفرجة " المثلث منفرج الزاوية فى ب "

(٣) إذا كان : (أ حـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

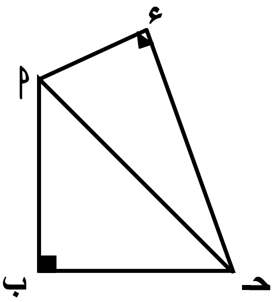
مربع طول الضلع الأكبر < مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين

كانت $\angle$ ب حادة " المثلث حاد الزوايا "

تدريب : بين نوع Δ ا ب حـ بالنسبة لقياسات زواياه فى الجدول الآتى :

ا ب	٦	٥	١٢	١٢	١٠	٣٧	٧	١١	٥	٩	٧
ب حـ	٨	٣	١٥	٢٠	٨	٢٥	٢٠	٢٠	١٢	١٠	١٦
ا حـ	١٠	٧	٩	٢٥	٧	٤٣	٢٥	١٣	١٣	١٣	١٤
Δ ا ب حـ											

تمــــارين

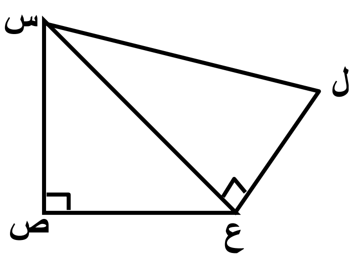


(١) فى الشكل المقابل : ا ب حـ ء شكل رباعى فيه

ق (∠ب) = ق (∠ء) = ٩٠° ، ا ب = ٧ سم

، ا ء = ١٥ سم ، حـ ء = ٢٠ سم أوجد طول كل من :

ا حـ ، ب حـ



(٢) فى الشكل المقابل : س ص ع ل شكل رباعى فيه

ق (∠ص) = ق (∠س ع ل) = ٩٠° ، س ص = ٩ سم

، ص ع = ١٢ سم ، س ل = ٢٥ سم أوجد طول ع ل

، مساحة الشكل س ص ع ل

(٣) ا ب حـ ء مستطيل فيه ا ب = ٨ سم ، ا حـ = ١٧ سم أوجد مساحته

(٤) ا ب حـ ء معين طولا قطريه ١٨ سم ، ٢٤ سم أوجد طول ضلعه ، أحسب محيطه

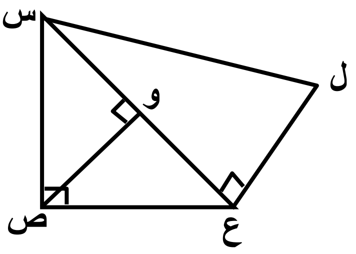
(٥) س ص ع ل شكل رباعى فيه ق (∠ص) = ٩٠° ، س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم

، ع ل = ١٢ سم ، س ل = ١٣ سم أثبت أن : ق (∠س ع ل) = ٩٠°

(٦) ا ب حـ مثلث فيه ا ب = ا حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ١٢ سم أوجد مساحته

(٧) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، رسم ص ل ⊥ ع س فإذا كان س ص = ٦ سم ، ص ع = ٨ سم أوجد طول مسقط س ص على س ع ثم أوجد طول ص ل

(٨) فى الشكل المقابل : س ص ع ل شكل رباعى فيه



ق (∠ س ص ع) = ق (∠ س ع ل) = ٩٠° ،

ص و ⊥ س ع ، ص ع = ٩ سم ، ع ل = ٨ سم ،

س ل = ١٧ سم أوجد طول كل من : س ع ، ص و

، مسقط ص س على س ع

(٩) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه ، أ ب = ١٥ سم ، أ ء = ٢٥ سم ، ء ب ⊥ أ ب رسم ء هـ ⊥ ب حـ أوجد مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء ، طول كل من ء هـ ، حـ هـ

(١٠) أ ب حـ ء مستطيل مساحته ٤٨ سم^{٢} ، أ ب = ٦ سم ، رسم ب هـ ⊥ أ حـ أوجد طول كل من : أ حـ ، مسقط أ ب على أ حـ

(١١) ∆ أ ب حـ فيه أ ب = ١٨ سم ، ب حـ = ٢٤ سم ، ء منتصف أ حـ ، ب ء = ١٥ سم ، رسم ء هـ // حـ ب ويقطع أ ب فى هـ أثبت أن : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ثم أوجد طول أ حـ

(١٢) أ ب حـ ء مستطيل فيه ب حـ = ٢ أ ب ، هـ ∈ أ ء اثبت أن :

$$(\text{هـ ب})^{2} + (\text{هـ حـ})^{2} = (\text{هـ أ})^{2} + (\text{هـ ء})^{2} + \frac{1}{2}(\text{أ ء})^{2}$$

(١٣) حدد نوع ∆ أ ب حـ فى ما يأتى بالنسبة لقياسات زواياه :

١) ∆ أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٢٥ سم ، أ حـ = ٢٠ سم

٢) ∆ أ ب = ٢٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ٢٤ سم

٣) ∆ أ ب = ٣٧ سم ، ب حـ = ٣٥ سم ، أ حـ = ١٢ سم

٤) ∆ أ ب = ٢ م ن سم ، ب حـ = م^{٢} + ن^{٢} سم ، أ حـ = م^{٢} − ن^{٢} سم

٥) ∆ أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، أ حـ = ١٥ سم